

KHUNG PHÂN TÍCH CHÂN TRỜI DỰ BÁO (FORECAST HORIZON ANALYTICS — FHA)

Bản Nâng Xác Suất của các Chỉ Báo Tài Chính và Độ Nhạy Copula trong Dự Báo Đa Khung Thời Gian

TRƯỜNG HOÀNG NHÂN

Trưởng nhóm Nghiên cứu Định lượng (Head of Quantitative Research), FHA Quantitative Research Lab

Website: fhaquant.com • Email: quant@fhaquant.com • Lưu trữ Chuyên khảo: fhaquant.com/research • SSRN Quantitative Finance

TÓM TẮT CHUYÊN KHẢO (VIETNAMESE ABSTRACT): Các chỉ báo phân tích kỹ thuật và kinh tế lượng chuỗi thời gian cổ điển hơn một thế kỷ qua đều là các hàm tất định hoạt động trên miền lịch sử ($t \leq 0$). Khi các mô hình nền tảng chuỗi thời gian sâu (TimesFM 2.5, Kronos) phát hành dự báo phân phối đa bước ($h \in [1, H]$), giới tài chính thường rơi vào các sai lầm toán học nghiêm trọng: tính chỉ báo phi tuyến trên đường trung vị (vi phạm bất đẳng thức Jensen), nhầm lẫn giữa phân vị biên duyên và phân phối đường đi, chịu độ trôi giá neo khi phân tích đa khung, và định giá sai lệnh Maker do bỏ qua lựa chọn bất lợi. Chuyên khảo này thiết lập toàn diện hệ thống **Forecast Horizon Analytics (FHA)**. Chúng tôi định nghĩa toán tử *Phép Nâng Chân Trời (Horizon Lift)* $\mathcal{L}_h[I]$, chứng minh ba mệnh đề xác suất nền tảng về mật độ chiếm giữ, tính không thể định danh của xác suất chậm rào cản chỉ từ phân vị biên duyên, và sự phân tách giữa độ lệch Total Variation và sai số Monte Carlo. Để kiểm soát bất định Copula, chúng tôi thiết lập biên Fréchet-Hoeffding và ghép nối phân phối thực nghiệm (ECC / Schaake Shuffle). Trong môi trường đa khung thời gian, FHA áp dụng điều kiện hóa trong nền trên toàn bộ các bước chân trời $h \geq 1$ bảo toàn cấu trúc kỳ hạn mô hình và hòa giải phân cấp thời gian cho biến tổn kho giá qua phương pháp MinT. Cuối cùng, chúng tôi xây dựng quy trình kiểm định kinh tế lượng với Fixed- b HAC, kiểm định bao phủ Christoffersen, và Romano-Wolf stepdown bootstrap để bảo đảm tính trung thực tuyệt đối của alpha.

ABSTRACT (ENGLISH): Classical financial indicators and econometric metrics are deterministic functionals evaluated exclusively on historical observations ($t \leq 0$). With the emergence of deep probabilistic foundation models (TimesFM, Kronos), financial econometricians obtain multi-step distributional forecasts over a forward horizon ($h \in [1, H]$). However, practitioners frequently commit critical mathematical errors: evaluating non-linear path functionals on median paths (violating Jensen's inequality), confusing marginal quantiles with path laws, suffering anchor-shift drift in multi-timeframe setups, and miscalculating passive limit maker returns by ignoring adverse selection. This master monograph establishes the complete **Forecast Horizon Analytics (FHA)** framework. We formulate the *Horizon Lift* pushforward operator $\mathcal{L}_h[I]$, prove three foundational probability propositions on occupation density, non-identifiability of barrier-crossing probabilities from marginals alone, and the exact decomposition of Total Variation model discrepancy from Monte Carlo sampling error. To address copula uncertainty, we establish robust decision bounds via Fréchet-Hoeffding couplings and Ensemble Copula Coupling (ECC / Schaake Shuffle). Across multi-scale timeframes, we enforce full-horizon intra-bar conditioning across all steps $h \geq 1$ preserving model term structures, and stock-variable hierarchical reconciliation through trace minimization (MinT). Finally, we demonstrate that passive limit orders suffer conditional adverse selection $\mathbb{E}[R \mid \Omega_{\text{fill}}]$ and formulate an institutional validation harness enforcing Fixed- b HAC asymptotics, Christoffersen conditional coverage tests, and Romano-Wolf stepdown bootstrap.

Từ khóa / Keywords: Dự báo phân phối (Probabilistic Forecasting), Phép nâng chân trời (Horizon Lift), Bất Jensen (Jensen's Inequality), Bất định Copula (Copula Uncertainty), Điều kiện hóa trong nền (Intra-bar Conditioning), Hòa giải MinT (Stock MinT Reconciliation), Fixed- b HAC, Lựa chọn bất lợi Maker (Maker Adverse Selection).

JEL Classification: C12, C14, C53, C58, G11, G14, G17.

00 — LỜI TỰA & DẪN NHẬP HỌC THUYẾT (PREFACE & EPISTEMOLOGICAL OVERVIEW)

Khung Phân tích Chân trời Dự báo (Forecast Horizon Analytics — FHA, Canonical Volume Edition — October 2026)

Tác giả: Trường Hoàng Nhân — Trưởng nhóm Nghiên cứu Định lượng (Head of Quantitative Research), FHA Quantitative Research Lab

Cổng Thông tin Nghiên cứu & Liên hệ: fhaquant.com • Email: quant@fhaquant.com

Kho Lưu trữ Học thuật: fhaquant.com/research • SSRN Quantitative Finance Archive

Định vị Học thuật: FHA là một học thuyết giao dịch định lượng độc lập, thiết lập nền tảng toán học và kinh tế lượng toàn diện để chuyển hóa các kết quả đầu ra của **mô hình nền tảng dự phóng chuỗi thời gian tài chính** (probabilistic time-series foundation models) — bao gồm các phân vị biên duyên, ma trận hiệp phương sai sai số, hoặc các tập quỹ đạo ngẫu nhiên — thành **hệ thống chỉ báo chân trời hoàn toàn mới**, cùng các quy tắc quyết định đầu tư tối ưu, bất biến và có căn cứ xác suất chặt chẽ.

1. Ý TƯỞNG CỐT LÕI: SỰ MỞ RỘNG KHÔNG-THỜI GIAN CỦA CHUỖI GIÁ TÀI CHÍNH

Hơn một thế kỷ qua, toàn bộ phân tích kỹ thuật và kinh tế lượng chuỗi thời gian cổ điển—from các chỉ báo dao động như RSI, MACD đến dải Bollinger, Volume Profile và lý thuyết cấu trúc thị trường—đều là **hàm toán học của quá khứ**. Chúng hoạt động độc quyền trên nửa trục thời gian lịch sử đơn chiều $t \leq 0$:

$$\mathcal{H}_t = \{x_{t-k}\}_{k \geq 0}$$

Khi các mô hình nền tảng chuỗi thời gian hiện đại (chẳng hạn TimesFM, Kronos, hoặc các kiến trúc khuếch tán ngẫu nhiên) phát hành dự báo phân phối cho H bước tương lai ($h \in [1, H]$, thông thường $H = 16 \sim 64$), không gian phân tích tài chính được mở rộng thêm một miền hoàn toàn mới. Miền này có bản chất **khác biệt căn bản** so với miền quá khứ: nó không phải là một chuỗi số thực tất định đã đóng nển, mà là **một luật xác suất dự báo chủ quan** $\mathbb{Q}_t$ trên không gian các quỹ đạo tương lai.

Tương tự như việc số ảo $i = \sqrt{-1}$ mở rộng trục số thực $\mathbb{R}$ thành mặt phẳng phức $\mathbb{C}$, học thuyết FHA mở rộng chuỗi thời gian tài chính một chiều thành **mặt phẳng đa tạp Không-Thời gian Chân trời**:

$$\mathcal{Z}_t = \underbrace{\{x_{t-k}\}_{k \geq 0}}_{\text{Quan sát Quá khứ } \mathcal{H}_t \text{ (Tất định)}} \oplus \underbrace{\{\mathcal{F}_{t,h}\}_{h=1}^H}_{\text{Chân trời Dự báo } \mathbb{Q}_t \text{ (Luật Xác suất)}}$$

Toán tử trung tâm của học thuyết FHA là **Phép Nâng Chân Trời (Horizon Lift)** $\mathcal{L}_h$: ánh xạ biến bất kỳ chỉ báo cổ điển I (vốn là một phiếm hàm vô hướng tất định trên dữ liệu quá khứ) thành I^+ trả về **một phân phối xác suất ngẫu nhiên** trải rộng trên không gian các đường đi tương lai:

$$I_{t,h}(\omega) = I(Y_{h-m+1}, \dots, Y_h) \equiv I_h(s_t; \omega_1, \dots, \omega_h), \quad \mathcal{L}_h[I] = (I_{t,h})_{\#} \mathbb{Q}_t, \quad \omega \sim \mathbb{Q}_t$$

với chuỗi giá nối ghép $Y_s = x_{t+s}$ đối với các chỉ số lịch sử $s \leq 0$ và $Y_s = \omega_s$ đối với các chỉ số tương lai $s \geq 1$.

2. BỐI CẢNH RA ĐỜI & CÁC ĐIỂM NGHẼN NHẬN THỨC LUẬN

Sự xuất hiện của các mô hình dự phóng phân phối đa bước đặt ra những thách thức toán học và kinh tế lượng sâu sắc mà các phương pháp truyền thống không giải quyết được:

- 1. Sự sụp đổ của các chỉ báo bất định trên quỹ đạo trung vị:** Thói quen tính toán các phiếm hàm phi tuyến (như cực đại giá, chạm ngưỡng rào cản, hoặc chỉ báo dao động) trên đường trung vị $q_{0.5}(h)$ vi phạm trực tiếp bất đẳng thức Jensen. Đối với một bước đi ngẫu nhiên không trôi, đường trung vị phẳng tuyệt đối, trong khi cực đại kỳ vọng thực tế đạt xấp xỉ 2.6585σ sau 16 bước.
- 2. Sự nhầm lẫn giữa phân vị biên duyên và phân phối đường đi:** Các phân vị biên duyên tại từng bước thời gian không đủ để định danh xác suất của các biến cố phụ thuộc đường đi (như cuộc đua chốt lời/cắt lỗ). Việc định lượng rủi ro bắt buộc phải tích hợp cấu trúc phụ thuộc liên thời gian (Copula) và kiểm soát độ nhạy qua các cận Fréchet–Hoeffding.
- 3. Lệnh pha thông tin trong phân tích đa khung thời gian:** Việc so sánh dự báo giữa các khung thời gian có tần số lấy mẫu khác nhau nếu không điều kiện hóa gia số đã trôi qua sẽ tạo ra xung đột đa khung giả tạo.
- 4. Lựa chọn bất lợi trong thực thi thụ động:** Lệnh treo Limit Maker chỉ khớp trên các quỹ đạo giá di chuyển bất lợi xuyên qua mức đặt, đòi hỏi kỳ vọng lợi nhuận phải được điều kiện hóa nghiêm ngặt trên tập đường đi được khớp lệnh Ω_{fill} .

Học thuyết FHA được thiết kế như một hệ thống phương pháp luận hoàn chỉnh để giải quyết toàn diện các điểm nghẽn trên, đưa việc ứng dụng mô hình nền tảng chuỗi thời gian vào thị trường tài chính lên một chuẩn mực toán học nghiêm ngặt.

3. KIẾN TRÚC CẤU TRÚC CHUYÊN KHẢO FHA HOÀN THIỆN (ARCHITECTURE OF THE FHA MONOGRAPH)

Chuyên khảo này được tổ chức thành 7 phần nghiên cứu lý thuyết và ứng dụng thực nghiệm hoàn chỉnh:

- Phần 00:** Lời tựa & Dẫn nhập Học thuyết (Preface & Epistemological Overview).
- Phần 01:** Nền tảng Giải tích Ngẫu nhiên, Bảy Nguyên lý, Bảy Jensen, Ba Mệnh đề Xác suất & Biên Fréchet.
- Phần 02:** Danh mục Chuẩn hóa Toàn diện 32 Chỉ báo Chân trời (8 Họ Toán học A–H).
- Phần 03:** Lý thuyết Giao thoa Không-Thời gian Đa Khung, Điều kiện hóa Toàn Chân trời & Hòa giải MinT.
- Phần 04:** Giao thức Kiểm định Kinh tế lượng Chuẩn tắc: Fixed- b HAC, Christoffersen LR Test, Romano–Wolf Stepdown & DSR.
- Phần 05:** Kiến trúc Toán học Hệ thống & Năm Định lý Kiểm định Bất biến.
- Phần 06:** Cẩm nang Ứng dụng Thực chiến: Từ Lý thuyết Chân trời đến Kỹ thuật Giao dịch Định lượng (End-to-End Execution Workflow & Playbooks).
- Phần 07:** Danh mục Tài liệu Tham khảo Học thuật Chuẩn mực (Canonical Academic Bibliography).

01 — NỀN TẢNG LÝ THUYẾT CỦA FORWARD HORIZON ANALYSIS (FHA)

Tài liệu này thiết lập hệ thống giả thiết cấu trúc, nguyên lý nhận thức luận, ký hiệu toán học chuẩn mực, các định lý xác suất nền tảng, giải tích bất đẳng thức Jensen và phương pháp luận kiểm soát độ bất định Copula. Toàn bộ 32 chỉ báo trong học thuyết FHA đều được xây dựng nghiêm ngặt trên nền tảng này.

1. HỆ THỐNG KÝ HIỆU TOÁN HỌC CHUẨN MỰC

Ký hiệu	Ý nghĩa Toán học / Khái niệm Kinh tế lượng
t	Chỉ số thời gian của các nền đã đóng hoàn toàn . $t = 0$ biểu thị thời điểm phát hành dự báo (issue_ts).
$\mathcal{H}_t$	Lịch sử thông tin thị trường đến thời điểm t : $\mathcal{H}_t = \sigma(x_{t-k} : k \geq 0)$.
P_0	Giá đóng cửa thực tế tại thời điểm phát hành dự báo ($t = 0$, gọi là giá neo anchor_price).
$h \in \{1, \dots, H\}$	Bước chân trời tương lai ($h = 1$ là nền tiếp theo ngay sau P_0 ; độ dài chân trời chuẩn $H = 16 \sim 64$).
Δ	Độ dài bước thời gian của khung nền (giây): 1m=60, 5m=300, 15m=900, 1h=3600, 4h=14400, 1d=86400.
X_h	Biến ngẫu nhiên biểu thị giá đóng cửa thực tế tại bước tương lai $t + h$.
$q_\tau(h)$	Phân vị mức $\tau \in (0, 1)$ của X_h do mô hình dự báo sinh ra: $\mathbb{Q}(X_h \leq q_\tau(h) \mid \mathcal{H}_0) = \tau$.
$F_h(\cdot)$	Hàm phân phối tích lũy có điều kiện (CDF) của X_h tại bước h .
$W(h)$	Độ rộng nón bất định chân trời: $W(h) = q_{0.9}(h) - q_{0.1}(h)$ (đơn vị giá tuyệt đối).
ATR	Average True Range của chuỗi giá lịch sử tại $t = 0$, chỉ tính trên các quan sát đã đóng nền.
$\omega = \{x_1^{(k)}, \dots, x_H^{(k)}\}$	Một quỹ đạo mẫu ngẫu nhiên (sample path) thứ k rút ra từ luật xác suất chung $\mathbb{Q}$.
$\mathcal{R}_{TF}$	Trọng số độ tin cậy lịch sử ngoài mẫu của khung thời gian (Timeframe Reliability Weight).
$Skill(h)$	Chỉ số kỹ năng dự báo chuẩn hóa so với bước đi ngẫu nhiên: $Skill(h) = 1 - \frac{\sum A_h - F_h }{\sum A_h - P_0 }$.

2. HỆ THỐNG GIẢ THIẾT CẤU TRÚC & NGUYÊN LÝ PHƯƠNG PHÁP LUẬN

Để bảo đảm tính chuẩn xác của kinh tế lượng tài chính, các nguyên lý vận hành của FHA được phân định rạch ròi thành các giả thiết cấu trúc toán học và các nguyên lý kỷ luật phương pháp luận:

Giả thiết Cấu trúc 1 — Không Gian Lọc & Bảo Toàn Thông Tin

Không gian chân trời mở rộng được xác định trên đa tạp thông tin $\mathcal{Z} = \mathcal{H}_t \oplus \mathcal{F}_{t,h}$. Mọi chỉ báo chân trời I^+ là một phiếm hàm đo được đối với bộ thông tin $(\mathcal{H}_t, \theta_{\text{model}})$. Chỉ báo chân trời không tạo ra thông tin thị trường ngoại sinh; giá trị kinh tế của nó phản ánh năng lực nén thông tin phi tuyến và trích xuất đặc trưng của mô hình nền tảng.

Giả thiết Cấu trúc 2 — Bản Thể Luận Của Độ Đo Dự Báo $\mathbb{Q}_t$

Độ đo dự báo nơ-ron $\mathbb{Q}_t = \mathbb{Q}(\cdot \mid \mathcal{H}_t; \theta)$ là một độ đo nhận thức luận quy nạp, khác biệt căn bản với độ đo vật lý khách quan $\mathbb{P}$ mô tả quá trình sinh dữ liệu thực tế của thị trường, đồng thời tách biệt với độ đo trung hòa rủi ro $\mathbb{Q}^*$ trích xuất từ giá phái sinh không kinh doanh chênh lệch giá. Độ đo $\mathbb{Q}_t$ chứa hai tầng bất định:

1. **Bất định ngẫu nhiên:** Phản ánh qua độ rộng nón $W_t(h)$ và phương sai khuếch tán nội tại của thị trường;
2. **Bất định nhận thức luận:** Phản ánh qua khoảng cách Total Variation $TV(\mathbb{P}_t, \mathbb{Q}_t)$ và sự thiếu vắng cấu trúc liên kết Copula đồng thời.

Giả thiết Cấu trúc 3 — Phân Biệt Giữa Phân Bố Biên Duyên và Luật Đường Đi

Các phân vị $\{q_\tau(h)\}$ do mô hình công bố đặc trưng cho các mặt cắt biên duyên riêng lẻ. Mọi đặc tính phụ thuộc đường đi liên thời gian $g(X_1, \dots, X_H)$ (thời điểm cực trị, số lần đảo chiều, xác suất chạm ngưỡng kép) là các phiếm hàm trên không gian đường đi $\mathbb{R}^H$ và bắt buộc phải được đánh giá qua tích phân Monte Carlo $\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[g(\omega)]$, không thể đánh giá trực tiếp trên đường trung vị.

Nguyên lý Phương pháp luận 1 — Phân Tầng Nguồn Gốc Dữ Liệu

Dữ liệu đầu vào bắt buộc phải phân định theo 3 tầng (Tier A: Đầu ra phân phối gốc; Tier B: Biến đổi thống kê kiểm soát; Tier C: Minh họa đồ họa). Dữ liệu Tier C tuyệt đối không được tham gia vào quy trình tính toán chỉ báo và ra quyết định.

Nguyên lý Phương pháp luận 2 — Quy Tắc Tiên Tố Liên Mạch Cho Chân Trời Hiệu Dụng

Chân trời quyết định hiệu dụng h^* được xác định là tiên tố liên tục dài nhất mà tại đó cận dưới khoảng tin cậy của kỹ năng dự báo duy trì giá trị dương:

$$h^* = \max \left\{ h \in \{0, \dots, H\} : \forall j \in \{1, \dots, h\}, \text{CI}_{95\%}^{\text{lower}}(\text{Skill}(j)) > 0 \right\}$$

với quy ước $h^* = 0$ nếu ngay tại bước $j = 1$ cận dưới không vượt qua 0. Mọi bước chân trời $h > h^*$ chỉ mang tính chất tham khảo trực quan và bị loại trừ khỏi công thức phân bổ vốn.

Nguyên lý Phương pháp luận 3 — Đóng Băng Dữ Liệu Kiểm Định

Toàn bộ dự báo dùng để đánh giá kỹ năng mô hình phải được đóng băng bất biến tại thời điểm phát hành `issue_ts`. Các dự báo quyết định có cập nhật giá trong nền không bao giờ được ghi đè lên kho dữ liệu kiểm định lịch sử.

Nguyên lý Phương pháp luận 4 — Chuẩn Hóa Theo Thang Bất Định Nội Tại

Mọi khoảng cách giá trên chân trời dự báo phải được chuẩn hóa theo độ bất định cục bộ của chính bước đó ($W(h)$ hoặc độ lệch chuẩn σ_h), bảo đảm tính bất biến thứ nguyên và đồng nhất quy mô.

3. LÝ THUYẾT QUYẾT ĐỊNH CỦA TOÁN TỬ NÂNG CHÂN TRỜI $\mathcal{L}_h[I]$

Một câu hỏi nền tảng trong kinh tế lượng tài chính: Nếu nhà đầu tư đã có phân phối dự báo $\mathbb{Q}_t$ trên không gian quỹ đạo $\Omega = \mathbb{R}^H$, tại sao không trực tiếp giải bài toán tối ưu hóa hữu dụng kỳ vọng $\max_a \int_{\Omega} U(\text{Payoff}(a, \omega)) d\mathbb{Q}_t(\omega)$, mà lại cần đẩy độ đo qua chỉ báo cổ điển I thông qua toán tử nâng chân trời:

$$I_{t,h}(\omega) = I(Y_{h-m+1}, \dots, Y_h) \equiv I_h(s_t; \omega_1, \dots, \omega_h), \quad \mathcal{L}_h[I] = (I_{t,h})_{\#} \mathbb{Q}_t$$

trong đó vector giá nối ghép được định nghĩa bởi $Y_s = x_{t+s}$ cho các chỉ số lịch sử $s \leq 0$ và $Y_s = \omega_s$ cho các bước tương lai $s \geq 1$, đồng thời với các chỉ báo đệ quy có trạng thái vô hạn (như Wilder RSI hay EMA), s_t là vector trạng thái lịch sử kế thừa tại thời điểm phát hành t .

Học thuyết FHA đưa ra 3 luận cứ kinh tế học và giải tích ngẫu nhiên sâu sắc:

1. **Tính Đầy Đủ Trong Lý Thuyết Quyết Định (Decision-Theoretic Sufficiency):** Khi hàm thỏa dụng và cấu trúc hoàn trả của chiến lược phụ thuộc vào đường đi giá thông qua chỉ báo—tức $U(R_{\pi}(\omega)) = \ell_{\pi}(I_{t,h}(\omega))$ trên không gian chiến lược ứng viên $\pi \in \Pi$ —phân phối đẩy $\mathcal{L}_h[I] = (I_{t,h})_{\#} \mathbb{Q}_t$ là **đại lượng đầy đủ duy nhất cần thiết** để đánh giá và tối ưu hóa chính sách:

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}_t}[U(R_{\pi})] = \int \ell_{\pi}(y) d\mathcal{L}_h[I](y)$$

Chiều không gian quỹ đạo vô hạn chiều $\mathbb{R}^H$ lên các đa tạp chỉ báo bị chặn chuẩn hóa (như $\text{RSI} \in [0, 100]$ hay tỷ số hiệu suất $\text{ER} \in [0, 1]$) mang lại cơ chế chính quy hóa (regularization) mạnh mẽ, bảo vệ hệ thống trước nhiễu ước lượng cực đoan ở các đuôi phân phối.

2. **Tính Phản Xạ Hành Vi Đám Đông & Điểm Hội Tụ Schelling (Crowd Reflexivity & Schelling Points):** Trên thị trường tài chính, phần lớn thuật toán định lượng và dòng vốn tổ chức đều phản ứng đồng loạt tại các ngưỡng chỉ báo kinh điển (chẳng hạn $\text{RSI}_{14} = 70$, giao cắt $\text{EMA}_{20/50}$, chạm dải Bollinger). Sự kiện $\{I_{t,h}(\omega) \geq c\}$ đánh dấu thời điểm bùng nổ thanh khoản nội sinh của đám đông. Toán tử $\mathcal{L}_h[I]$ cho phép lượng hóa chính xác xác suất phân phối của chính các điểm kích hoạt hành vi này.
3. **Dự Báo Sớm Thời Điểm Kích Hoạt Tín Hiệu Mà Không Làm Thay Đổi Độ Trễ Pha Cố Hữu Của Bộ Lọc:** Bản thân bộ lọc nhân quả I trên chuỗi giá lịch sử vẫn giữ nguyên đáp ứng pha theo thiết kế toán học của nó. Tuy nhiên, việc áp dụng bộ lọc trên các quỹ đạo dự phóng tương lai cho phép nhà đầu tư lượng hóa trước phân phối xác suất của thời điểm h mà tại đó tín hiệu kỹ thuật sẽ kích hoạt, chủ động định vị vị thế trước khi đám đông nhận thức được tín hiệu tại thời điểm đóng nền tương lai.

4. GIẢI TÍCH BẤT ĐẲNG THỨC JENSEN & CỰC ĐẠI KỲ VỌNG RỜI RẠC

4.1 Bản Chất Toán Học Của Bất Đẳng Thức Jensen

Bất đẳng thức Jensen khẳng định rằng với mọi biến ngẫu nhiên X và hàm lồi g :

$$\mathbb{E}[g(X)] \geq g(\mathbb{E}[X])$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi g là hàm affine tuyến tính trên giá của X , hoặc X suy biến thành một hằng số tất định.

Trên tập mẫu quỹ đạo Monte Carlo hữu hạn $\{\omega^{(k)}\}_{k=1}^K$, bất đẳng thức bảo toàn tính lồi có dạng:

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K g(\omega^{(k)}) \geq g\left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \omega^{(k)}\right)$$

Cần lưu ý rằng đối với các phiếm hàm lồi trên đường đi $g: \mathbb{R}^H \rightarrow \mathbb{R}$ —chẳng hạn phiếm hàm cực đại giá $g(\omega) = \max_{0 \leq h \leq H} X_h$ hoặc phương sai đường đi—bất đẳng thức Jensen khẳng định $\mathbb{E}[g(\omega)] \geq g(\mathbb{E}[\omega])$. Hơn nữa, đối với các phiếm hàm chỉ thị và bậc thang như biến cố chạm ngưỡng rào cản $1_{\{\tau_L \leq H\}}$, kỳ vọng toán học và các phép biến đổi phi tuyến không thể giao hoán: $\mathbb{E}[g(\omega)] \neq g(\mathbb{E}[\omega])$. Do đó, việc đánh giá các ngưỡng rào cản hay cực đại trên đường trung vị sẽ gây ra sai số lệch âm nghiêm trọng so với kỳ vọng thực tế trên không gian mẫu.

4.2 Hiệu Chính Rời Rạc Spitzer-Pollaczek Trên Bước Đi Ngẫu Nhiên

Xét chuỗi giá chuyển động theo bước đi ngẫu nhiên Gaussian không trôi: $X_h = P_0 + \sum_{i=1}^h \epsilon_i$ với $\epsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Đường trung vị dự báo là một đường thẳng nằm ngang: $q_{0.5}(h) = P_0, \forall h \implies \max_{1 \leq h \leq H} q_{0.5}(h) - P_0 = 0$.

Ngược lại, kỳ vọng toán học của cực đại rời rạc sau H bước tuân theo định lý tổ hợp giải tích Spitzer-Pollaczek (Spitzer, 1956; Comtet & Majumdar, 2005):

$$\mathbb{E} \left[\max_{0 \leq h \leq H} X_h - P_0 \right] = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^H \frac{1}{\sqrt{k}} = \sigma \left(\sqrt{\frac{2H}{\pi}} + \frac{\zeta(1/2)}{\sqrt{2\pi}} + \mathcal{O}(H^{-1/2}) \right)$$

Vì hằng số Riemann zeta tại $1/2$ mang giá trị âm ($\zeta(1/2) \approx -1.46035$), số hạng hiệu chỉnh rời rạc mang dấu âm xác thực:

$$\frac{\zeta(1/2)}{\sqrt{2\pi}} \approx \frac{-1.46035}{2.50663} \approx -0.5826$$

Do đó, khai triển tiệm cận của cực đại kỳ vọng có dạng:

$$\mathbb{E} \left[\max_{0 \leq h \leq H} X_h - P_0 \right] \approx \sigma \left(\sqrt{\frac{2H}{\pi}} - 0.5826 \right)$$

Tại $H = 16$:

- Giá trị tiệm cận đạt: $\sigma(\sqrt{32/\pi} - 0.5826) = \sigma(3.1915 - 0.5826) \approx 2.6089\sigma$;

- Giá trị tổng rời rạc chính xác của chuỗi Spitzer hữu hạn đạt:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{16} \frac{1}{\sqrt{k}} \approx 2.6585\sigma$$

Do đó, giới hạn khuếch tán liên tục của chuyển động Brown (3.1915σ) vượt mức kỳ vọng rời rạc chính xác 16 bước (2.6585σ) một lượng 20.0% do quỹ đạo liên tục ghi nhận các đỉnh cực trị nội nên nằm giữa các điểm quan sát rời rạc, trong khi việc đánh giá trên đường trung vị làm suy giảm 100% độ lệch kỳ vọng này.

5. BA ĐỊNH LÝ XÁC SUẤT NỀN TẢNG CỦA LÝ THUYẾT CHÂN TRỜI

Định lý 1 — Định Danh Mật Độ Chiếm Giữ Từ Phân Vị Biên Duyên (Expected Occupation Density)

Giả sử vector ngẫu nhiên $(Y_1, \dots, Y_H)$ có các phân phối biên duyên hoàn chỉnh $Q_h(B) = \mathbb{Q}(Y_h \in B)$, và $a_h \geq 0$ là các trọng số tất định. Khi đó, với mọi tập Borel $B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$:

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[\sum_{h=1}^H a_h 1_{\{Y_h \in B\}} \right] = \sum_{h=1}^H a_h Q_h(B)$$

Chứng minh: Áp dụng tính tuyến tính của kỳ vọng toán học trên tổng hữu hạn:

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[\sum_{h=1}^H a_h 1_{\{Y_h \in B\}} \right] = \sum_{h=1}^H a_h \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[1_{\{Y_h \in B\}}] = \sum_{h=1}^H a_h \mathbb{Q}(Y_h \in B) = \sum_{h=1}^H a_h Q_h(B)$$

Hệ quả: Kỳ vọng của thời gian chiếm giữ mức giá hoặc phân phối khối lượng giá tương lai (fPOC, fVA) được **định danh đầy đủ duy nhất từ các phân phối biên duyên**, hoàn toàn không phụ thuộc vào cấu trúc tương quan chuỗi hay Copula liên thời gian.

Định lý 2 — Cận Fréchet Sắc Nét & Tính Không Thể Định Danh Của Xác Suất Chạm Rào Cản (Sharp Fréchet Barrier Bounds)

Cho lớp Fréchet $\mathcal{M}(Q_1, \dots, Q_H)$ gồm toàn bộ các phân phối đồng thời trên $\mathbb{R}^H$ có chung các phân phối biên duyên $Q_1, \dots, Q_H$. Đặt $p_h = Q_h((L, +\infty))$ là xác suất biên duyên vượt rào cản $L > P_0$ tại bước h . Khi đó, xác suất chạm rào cản liên thời gian bị chặn sắc nét (sharp bounds):

$$\max_{1 \leq h \leq H} p_h \leq \mathbb{Q} \left(\max_{1 \leq h \leq H} Y_h > L \right) \leq \min \left(1, \sum_{h=1}^H p_h \right)$$

Khi và chỉ khi $\max p_h < \min(1, \sum p_h)$, xác suất chạm rào cản **không thể định danh duy nhất** nếu không có thêm thông tin về cấu trúc Copula.

Chứng minh tính sắc nét (Sharpness Construction): Tính sắc nét của hai cận được xác lập chặt chẽ thông qua việc xây dựng biến cố tường minh trên biến ngẫu nhiên đều $U \sim \text{Uniform}[0, 1]$ mà không phụ thuộc vào việc tồn tại Copula Fréchet đa chiều:

1. **Cận dưới $\max p_h$:** Chọn các khoảng lồng nhau $E_h = [0, p_h] \subset [0, 1]$. Khi đó biến cố hợp $\bigcup_{h=1}^H E_h = [0, \max_{1 \leq h \leq H} p_h]$, có độ đo xác suất đúng bằng $\max_{1 \leq h \leq H} p_h$.

2. **Cận trên** $\min(1, \sum p_h)$: Chọn các khoảng không giao nhau liên tiếp $E_h = [\sum_{i=1}^{h-1} p_i, \sum_{i=1}^h p_i)$ quán trên đường tròn đơn vị $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ chu vi 1. Độ đo của biến cố hợp đạt đúng $\min(1, \sum_{h=1}^H p_h)$. Sau đó, với mỗi bước h , phân phối giá trị của Y_h bên trong E_h và ngoài E_h được ghép theo đúng luật phân phối có điều kiện của Q_h ứng với $\{Y_h > L\}$ và $\{Y_h \leq L\}$, khôi phục hoàn hảo toàn bộ các phân phối biên duyên Q_h mà vẫn đạt đúng hai giá trị biên của xác suất hợp.

Minh họa: Xét $H = 2$, $Y_1, Y_2 \sim \mathcal{N}(0, 1)$ và ngưỡng $L = 1.0 \implies p_1 = p_2 = 1 - \Phi(1.0) \approx 0.158655$.

- Dưới Copula đồng biến cực đại: $\mathbb{Q}(\max > 1.0) = \max(p_1, p_2) = 0.158655$;
- Dưới Copula độc lập: $\mathbb{Q}(\max > 1.0) = 1 - (1 - p_1)^2 \approx 0.292147$;
- Dưới Copula nghịch biến cực đại: $\mathbb{Q}(\max > 1.0) = \min(1, p_1 + p_2) = 2 \times 0.158655 = 0.317310$. Tỷ số giữa cận trên và cận dưới đúng bằng 2.0. Do đó, việc xây dựng cấu trúc Copula thực nghiệm là yêu cầu bắt buộc để kiểm soát độ nhạy rào cản.

Định lý 3 — Phân Tách Sai Lệch Total Variation & Sai Số Monte Carlo (TV-MC Decomposition)

Gọi $\mathbb{P}$ là luật xác suất thực tế của thị trường, $\mathbb{Q}$ là mô hình sinh mẫu liên tục với khoảng cách Total Variation $\text{TV}(\mathbb{P}, \mathbb{Q}) = \sup_B |\mathbb{P}(B) - \mathbb{Q}(B)| \leq \delta$. Gọi $\omega^{(1)}, \dots, \omega^{(K)}$ là K quỹ đạo mẫu rút i.i.d. từ $\mathbb{Q}$, và $\hat{p}_A = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1_A(\omega^{(k)})$ là ước lượng Monte Carlo cho một sự kiện quỹ đạo cố định A . Khi đó, với xác suất tối thiểu $1 - \alpha$:

$$|\hat{p}_A - \mathbb{P}(A)| \leq \delta + \sqrt{\frac{\ln(2/\alpha)}{2K}}$$

Đối với một họ gồm M sự kiện rào cản ứng viên $\{A_1, \dots, A_M\}$, cận đồng thời theo bất đẳng thức Boole-Bonferroni là:

$$\sup_{1 \leq m \leq M} |\hat{p}_{A_m} - \mathbb{P}(A_m)| \leq \delta + \sqrt{\frac{\ln(2M/\alpha)}{2K}}$$

Chứng minh: Áp dụng bất đẳng thức tam giác: $|\hat{p}_A - \mathbb{P}(A)| \leq |\hat{p}_A - \mathbb{Q}(A)| + |\mathbb{Q}(A) - \mathbb{P}(A)| \leq |\hat{p}_A - \mathbb{Q}(A)| + \delta$. Áp dụng bất đẳng thức Hoeffding cho biến ngẫu nhiên Bernoulli i.i.d.: $\mathbb{Q}(|\hat{p}_A - \mathbb{Q}(A)| \geq \epsilon) \leq 2 \exp(-2K\epsilon^2)$. Đặt $\alpha = 2 \exp(-2K\epsilon^2) \implies \epsilon = \sqrt{\ln(2/\alpha)/(2K)}$, ta có điều phải chứng minh.

6. XÂY DỰNG PHÂN PHỐI LIÊN TỤC & CẤU TRÚC PHỤ THUỘC COPULA

6.1 Phân Phối Hai-Nửa-Chuẩn Ghép Trung Vị & Công Thức Phương Sai Chính Xác

Để mô hình hóa phân phối liên tục từ 3 phân vị $q_{0.1}(h)$, $q_{0.5}(h)$, $q_{0.9}(h)$, ta xác định hai tham số phân tán:

$$\sigma_h^\uparrow = \frac{q_{0.9}(h) - q_{0.5}(h)}{z_{0.9}}, \quad \sigma_h^\downarrow = \frac{q_{0.5}(h) - q_{0.1}(h)}{z_{0.9}}, \quad z_{0.9} = \Phi^{-1}(0.9) \approx 1.28155$$

Hàm phân phối tích lũy $F_h(x)$ đặt xác suất đúng 50% cho mỗi phía của trung vị $q_{0.5}(h)$:

$$F_h(x) = \begin{cases} \Phi\left(\frac{x - q_{0.5}(h)}{\sigma_h^\downarrow}\right) & x \leq q_{0.5}(h) \\ \Phi\left(\frac{x - q_{0.5}(h)}{\sigma_h^\uparrow}\right) & x > q_{0.5}(h) \end{cases}$$

Biến ngẫu nhiên biểu diễn dưới dạng: $X_h = q_{0.5}(h) + \sigma_h^\uparrow |Z| 1_{\{Z>0\}} - \sigma_h^\downarrow |Z| 1_{\{Z\leq 0\}}$ với $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Kỳ vọng toán học và phương sai có điều kiện chính xác là:

$$\mathbb{E}[X_h] = q_{0.5}(h) + \frac{\sigma_h^\uparrow - \sigma_h^\downarrow}{\sqrt{2\pi}}$$

$$s_{h,\text{exact}}^2 = \text{Var}(X_h) = \frac{(\sigma_h^\uparrow)^2 + (\sigma_h^\downarrow)^2}{2} - \frac{1}{2\pi}(\sigma_h^\uparrow - \sigma_h^\downarrow)^2$$

Khai triển đại số theo độ rộng nón $W(h) = z_{0.9}(\sigma_h^\uparrow + \sigma_h^\downarrow)$ và độ lệch $\Delta q_h = z_{0.9}(\sigma_h^\uparrow - \sigma_h^\downarrow)$:

$$s_{h,\text{exact}}^2 = \left(\frac{W(h)}{2z_{0.9}}\right)^2 + \frac{\pi - 2}{4\pi z_{0.9}^2}(\Delta q_h)^2 \approx \left(\frac{W(h)}{2.563}\right)^2 + 0.05531(\Delta q_h)^2$$

Công thức này bảo đảm tính xác định dương nghiêm ngặt với mọi giá trị $\sigma_h^\uparrow, \sigma_h^\downarrow > 0$.

6.2 Tham Số Hóa Fechner Mode Cho Chỉ Báo Mật Độ fPOC

Để ước lượng điểm kiểm soát mật độ tương lai $\text{fPOC} = \arg \max_p \sum w_h f_h(p)$, hàm mật độ Fechner liên tục tại mode được tham số hóa với độ dịch chuyển từ trung vị (Wallis, 2014):

$$\mu_{\text{mode},h} \approx q_{0.5}(h) - \sqrt{\frac{\pi}{8}}(\sigma_h^\uparrow - \sigma_h^\downarrow)$$

$$f_{h,\text{Fechner}}(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}(\sigma_h^\uparrow + \sigma_h^\downarrow)} \begin{cases} \exp\left(-\frac{(x - \mu_{\text{mode},h})^2}{2(\sigma_h^\downarrow)^2}\right) & x \leq \mu_{\text{mode},h} \\ \exp\left(-\frac{(x - \mu_{\text{mode},h})^2}{2(\sigma_h^\uparrow)^2}\right) & x > \mu_{\text{mode},h} \end{cases}$$

Ghi chú Nhận thức luận về Bộ ba Biểu diễn Toán học trong FHA: FHA phân định rạch ròi ba cấu trúc giải tích phục vụ các mục tiêu kinh tế lượng khác nhau: (i) **Hàm phân phối hai-nửa-chuẩn ghép trung vị (Wallis, 2014)** ở Mục 6.1 là biểu diễn giải tích chuẩn mực cho các phân vị biên duyên F_h ; (ii) **Hàm mật độ Fechner liên tục quanh mode** ở Mục 6.2 đóng vai trò đại diện làm một mật độ (density-smoothing surrogate) để định vị điểm kiểm soát khối lượng tương lai fPOC; và (iii) **Mô hình đồng hồ phương sai Gaussian gia số độc lập** (ở Chương 03) đóng vai trò đại diện cập nhật có điều kiện (conditional updating surrogate) để hấp thụ biến động giá trong nền mà vẫn bảo toàn cấu trúc kỳ hạn bất định của mô hình nền tảng.

6.3 Mô Phỏng Quỹ Đạo: Nhân Hiệp Phương Sai fBm & Ghép Nối Phân Phối Thực Nghiệm (ECC)

Để sinh tập quỹ đạo ngẫu nhiên $\{\omega^{(k)}\}_{k=1}^K$ bảo toàn cấu trúc chuỗi thời gian:

1. **Copula Gaussian Phân Số (fBm Copula):** Vector chuẩn hóa Gaussian $Z^{(k)} \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_{\text{fBm}})$ được sinh từ ma trận tương quan chuyển động Brown phân số:

$$\rho_{ij}^{\text{fBm}}(H_F) = \frac{1}{2} (i^{2H_F} + j^{2H_F} - |i - j|^{2H_F}) (ij)^{-H_F}$$

hoặc nhân log-thời gian Lamperti $\rho_{ij} = e^{-\beta |\ln i - \ln j|}$. Giá trị quỹ đạo được khôi phục qua biến đổi tích phân: $x_h^{(k)} = F_h^{-1}(\Phi(Z_h^{(k)}))$.

2. **Ghép Nối Phân Phối Thực Nghiệm (Ensemble Copula Coupling / Schaake Shuffle):** Rút K mẫu độc lập từ phân phối biên F_h . Sau đó, các mẫu tại từng bước h được sắp xếp lại thứ tự sao cho ma trận thứ hạng khớp chính xác với ma trận thứ hạng của tập đường đi ngẫu nhiên gốc do mô hình sinh ra. Phương pháp này bảo toàn toàn vẹn các phân vị biên duyên đồng thời kế thừa cấu trúc phụ thuộc phi tham số thực tế.

02 — DANH MỤC 32 CHỈ BÁO CHÂN TRỜI (FHA INDICATOR CATALOG)

Quy ước nhãn phân loại: - $[M]$ Biên duyên chuẩn tắc (đánh giá từ F_h) · $[M \setminus *]$ Biên duyên kèm giả định cấu trúc · $[P]$ Phụ thuộc đường đi (yêu cầu tích phân đường mẫu) - **Tier** = Tầng dữ liệu tối thiểu cho phép (Tier A / Tier B) - **Phạm vi hiệu dụng:** Mọi chỉ báo chỉ được đánh giá trong chân trời hiệu dụng $h \leq h^*$ (Nguyên lý Tiến tố Liên mạch).

BẢNG TỔNG HỢP 32 CHỈ BÁO CHÂN TRỜI CHUẨN HÓA

ID	Tên Chỉ Báo	Họ Toán Học	Loại	Tier	Thứ Nguyên
A1	Cấu trúc Kỳ hạn Trôi Chuẩn hóa $Z(h)$ & Đỉnh Có Dấu Z_{dir}	Động lượng	M	A	[0] Vô thứ nguyên
A2	Xác suất Hướng $P^\uparrow(h)$ & Lợi thế Ròng D_P	Động lượng	M	A	[0] Xác suất $\in [-1, 1]$
A3	RSI Tương lai & Phân kỳ Tiên tri (fRSI)	Động lượng	P	B	[0] Thang đo $\in [0, 100]$
A4	Thời điểm Giao cắt Dự phóng $\tau_\times$	Động lượng	P	B	[Bước] Thời gian rời rạc
A5	Độ cong Động lượng Chuẩn hóa Γ_{norm}	Động lượng	M	A	[0] Vô thứ nguyên
B1	Phân phối Thời điểm Đỉnh $\pi_{\text{apex}}(h)$	Thời gian	P	B	[0] Phân phối xác suất
B2	Xác suất Cuộc đua Rào cản $\mathcal{P}_{\text{race}}$ & Lợi thế Đối xứng $\mathcal{E}_{\text{race}}$	Thời gian	P	B	[0] Lợi thế $\in [-1, 1]$
B3	Thời gian Chạm Kỳ vọng $\mathbb{E}[\tau_L]$	Thời gian	P	B	[Bước] Thời gian rời rạc
B4	Chu kỳ Bán rã Lợi thế $h_{1/2}$	Thời gian	M	A	[Bước] Ngưỡng Time-Stop
B5	Đồng bộ Đồng hồ Phiên Θ_{session}	Thời gian	M	A	$\{0, 1\}$ Chỉ thị nhị phân
C1	Độ rộng Nón Chuẩn hóa Vô Thứ nguyên $\hat{W}_P(h)$	Nón Bất định	M	A	[0] Tỷ số co giãn
C2	Số mũ Giãn nở Nón H_F (Cone Exponent)	Nón Bất định	M	A	[0] Hệ số mũ
C3	Eo Nén Tương lai (Forward Squeeze)	Nón Bất định	M*	A	$\{0, 1\}$ Cờ nén biến động
C4	Cấu trúc Kỳ hạn Skew & Độ Xoắn Skew (Twist)	Nón Bất định	M	A	[0] Vô thứ nguyên
C5	Phần bù Biến động Dự báo Π_{vol}	Nón Bất định	M	A	[0] Chênh lệch logarit
D1	Mật độ Chiếm chỗ Tương lai & fPOC Liên tục Mode	Vùng Giá	M	A	[Giá] Đơn vị tiền tệ
D2	Cận Fréchet Sắc nét Cho Xác suất Chạm Ngưỡng	Vùng Giá	M	A	[0] Khoảng xác suất
D3	Điểm Hợp lưu Quá khứ-Tương lai $\mathcal{C}_{\text{PF}}$	Vùng Giá	P	B	[0] Mật độ chuẩn hóa
D4	Xác suất Săn Thanh khoản $\mathcal{H}_{\text{hunt}}$	Vùng Giá	P	B	[0] Xác suất $\in [0, 1]$
D5	Cấu trúc Phân phối Nén Tương lai	Vùng Giá	P	A	[0] Hình thái học
E1	Chỉ số Bất đồng Dự báo $D(h)$	Sửa đổi Kỳ vọng	M	A	[0] Khoảng cách chuẩn hóa
E2	Động lượng Sửa đổi Dự báo $\text{Rev}_t^{\text{drift}}$ (Kiểm định C-G)	Sửa đổi Kỳ vọng	M	A	[0] Vô thứ nguyên
E3	Tỷ lệ Lật hướng & Độ Ổn định Φ_{flip}	Sửa đổi Kỳ vọng	M	A	[0] Tần suất $\in [0, 1]$
E4	Tỷ số Phân tán Liên mô hình Λ_σ	Sửa đổi Kỳ vọng	M	A	[0] Tỷ số vô thứ nguyên
F1	Chỉ số Bất ngờ Dự báo (FSI) & Tự tương quan	Hiệu chuẩn & PIT	M	A	[0] Z-score chuẩn hóa
F2	Sức khỏe Hiệu chuẩn $\mathcal{K}_{\text{cal}}$ (Christoffersen LR)	Hiệu chuẩn & PIT	M	A	[0] Hệ số $\in [0, 1]$
F3	Bộ Phát hiện Chế độ Mô hình Trễ pha	Hiệu chuẩn & PIT	M	A	$\{0, 1\}$ Cờ Meta-Regime
G1	Tỷ số Hiệu quả Đường đi Tương lai ER^+	Cấu trúc Đường đi	P	B	[0] Tỷ số $\in [0, 1]$
G2	Xác suất Đảo chiều Quét Ngưỡng $\mathcal{P}_{\text{rev}}$	Cấu trúc Đường đi	P	B	[0] Xác suất $\in [0, 1]$
G3	Áp lực Râu nến Phân phối Λ_{wick}	Cấu trúc Đường đi	M	A	[0] Hệ số $\in [-1, 1]$
H1	Độ Kết hợp Pha Liên thời gian Φ_{coh}	Giao thoa Pha	P	B	[0] Hệ số $\in [0, 1]$
H2	Pha Chu kỳ Kéo dài ϕ^+	Giao thoa Pha	M	A	[Radian] Góc pha

HỌ A — ĐỘNG LƯỢNG & ĐỊNH HƯỚNG TƯƠNG LAI

A1. Cấu trúc Kỳ hạn Trôi Chuẩn hóa $Z(h)$ & Định Có Dấu Z_{dir} — [M] · Tier A

$$Z(h) = \frac{q_{0.5}(h) - P_0}{W(h)/2.563}$$

trong đó hệ số quy đổi $2.563 = 2 \times 1.28155$ chuyển đổi khoảng phân vị 80% về độ lệch chuẩn Gauss tương đương.

- **Đường chuẩn null (Null baseline):** Khi thị trường ngoại suy độ trôi tuyến tính với biến động σ , $Z(h) = \frac{\mu h}{\sigma \sqrt{h}} = \frac{\mu}{\sigma} \sqrt{h}$ có xu hướng tăng tự nhiên theo $\sqrt{h}$. Do đó, FHA bổ sung chỉ số hình dạng trôi vô thứ nguyên:

$$\tilde{Z}(h) = \frac{Z(h)}{\sqrt{h}}$$

- **Đỉnh trôi có dấu (Signed Horizon Extremum):** Để tóm tắt toàn bộ đường cong kỳ hạn sang một đại lượng vô hướng mà vẫn bảo toàn tính phản đối xứng (anti-symmetry) đối với lệnh Short:

$$h_Z = \arg \max_{1 \leq h \leq h^*} |Z(h)|, \quad Z_{\text{dir}} = Z(h_Z) \in \mathbb{R}$$

Khi cấu trúc kỳ hạn nghiêng mạnh về phía giảm giá ($q_{0.5}(h) < P_0$), $Z_{\text{dir}} < 0$, bảo đảm chiều âm được phản ánh đầy đủ trong toàn bộ các công thức hợp nhất.

A2. Xác suất Hướng $P^\uparrow(h)$ & Lợi thế Ròng D_P — [M] · Tier A

$$P^\uparrow(h) = 1 - F_h(P_0 + \epsilon), \quad P^\downarrow(h) = F_h(P_0 - \epsilon), \quad \epsilon = 0.08 \cdot \text{ATR}$$

- Xác suất đi ngang trong biên độ nhiễu: $P^\circ(h) = 1 - P^\uparrow(h) - P^\downarrow(h)$.
- **Lợi thế hướng ròng đối xứng:** Do có dải trung tính ϵ , tổng $P^\uparrow + P^\downarrow \leq 1$. Để tránh hiện tượng lệch âm khi thị trường tích lũy, thước đo đối xứng được chuẩn hóa:

$$D_P(h) = P^\uparrow(h) - P^\downarrow(h) \in [-1, 1], \quad \bar{D}_P = \frac{1}{h^*} \sum_{h=1}^{h^*} D_P(h)$$

Khi phân phối đối xứng hoàn hảo quanh giá neo P_0 , $P^\uparrow = P^\downarrow \implies D_P = 0$.

A3. RSI Tương lai & Phân kỳ Tiên tri (fRSI) — [P] · Tier B

Đặt chuỗi giá nối ghép $Y_s = x_{t+s}$ cho $s \leq 0$ và $Y_s = \omega_s^{(k)}$ cho $s \geq 1$. Biến ngẫu nhiên RSI trên từng đường đi mẫu $\omega^{(k)}$ tại bước chân trời h là:

$$\text{fRSI}_h^{(k)} = \text{RSI}_{14}(Y_{h-14}, \dots, Y_h)$$

- **Mô phỏng đệ quy Wilder trên đường đi:** Cập nhật đệ quy trạng thái lãi/lỗ trung bình theo Wilder (1978) dọc theo từng quỹ đạo $\omega^{(k)}$:

$$G_h^{(k)} = \frac{13}{14}G_{h-1}^{(k)} + \frac{1}{14}(Y_h^{(k)} - Y_{h-1}^{(k)})^+, \quad L_h^{(k)} = \frac{13}{14}L_{h-1}^{(k)} + \frac{1}{14}(Y_h^{(k)} - Y_{h-1}^{(k)})^-$$

với khởi tạo trạng thái lịch sử Wilder $G_0 = \bar{G}_t$ và $L_0 = \bar{L}_t$ được cập nhật đệ quy trên chuỗi giá lịch sử ($\bar{G}_s = \frac{13}{14}\bar{G}_{s-1} + \frac{1}{14}(x_s - x_{s-1})^+$ và $\bar{L}_s = \frac{13}{14}\bar{L}_{s-1} + \frac{1}{14}(x_s - x_{s-1})^-$ cho mọi $s \leq t$), bảo đảm kế thừa điều kiện biên lịch sử liên tục không ngắt quãng, cho ra $\text{RS}_h^{(k)} = G_h^{(k)} / L_h^{(k)}$ và $\text{fRSI}_h^{(k)} = 100 - \frac{100}{1 + \text{RS}_h^{(k)}}$.

- **Báo cáo phân phối đầy đủ:** Kỳ vọng điểm là $\overline{\text{fRSI}}_h = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[\text{fRSI}_h(\omega)] = 100 \cdot \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[\frac{G_h(\omega)}{G_h(\omega) + L_h(\omega)} \right] \in [0, 100]$, đi kèm trung vị mẫu $\text{med}_k \text{fRSI}_h^{(k)}$, dải phân vị 10%–90%, và xác suất quá mua của biến ngẫu nhiên đường đi:

$$\mathbb{Q}(\text{fRSI}_h(\omega) > 70) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1_{\{\text{fRSI}_h^{(k)} > 70\}}$$

- **Phân kỳ Tiên tri (Pre-emptive Divergence):**

$$\mathcal{P}_{\text{div}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1_{\left[\max_{1 \leq h \leq H} \omega_h^{(k)} > \max_{t \leq 0} x_t \wedge \text{fRSI}_{\arg \max}^{(k)} < \text{RSI}_{\max}^{\text{past}} \right]}$$

A4. Thời điểm Giao cắt Dự phóng $\tau_{\times} — [\text{P}] \cdot \text{Tier B}$

Cho hai đường trung bình động nhanh và chậm. Trên từng đường đi mẫu $\omega^{(k)}$:

$$\tau_{\times}^{(k)} = \min \{h \in [1, H] : \text{MA}_{\text{fast}, h}^{(k)} \text{ cắt } \text{MA}_{\text{slow}, h}^{(k)}\}$$

- Hàm khối xác suất rời rạc: $\pi_{\times}(h) = \frac{1}{K} \sum_k 1_{[\tau_{\times}^{(k)} = h]}$.
- Xác suất giao cắt trong chân trời hiệu dụng: $\mathbb{Q}(\tau_{\times} \leq h^*) = \sum_{h=1}^{h^*} \pi_{\times}(h)$.

A5. Độ cong Động lượng Chuẩn hóa $\Gamma_{\text{norm}} — [\text{M}] \cdot \text{Tier A}$

$$\Gamma_{\text{norm}}(h) = \frac{q_{0.5}(h+1) - 2q_{0.5}(h) + q_{0.5}(h-1)}{W(h)/2.563} = \frac{\Delta^2 q_{0.5}(h)}{\sigma_h}$$

- Phép chia vi phân bậc hai cho độ phân tán có điều kiện $\sigma_h = W(h)/2.563$ tại bước h triệt tiêu hoàn toàn đơn vị giá tiền tệ (USDT / USDT), đưa Γ_{norm} về đại lượng vô thứ nguyên đo lường gia tốc kỳ vọng trên quy mô một độ lệch chuẩn. $\Gamma_{\text{norm}} > 0$: động lượng gia tốc tăng; $\Gamma_{\text{norm}} < 0$: lực đẩy giảm tốc hoặc uốn cong đảo chiều.

HỌ B — THỜI GIAN & ĐỘ TRỄ NGẪU NHIÊN

B1. Phân phối Thời điểm Đỉnh $\pi_{\text{apex}}(h)$ — [P] · Tier B

$$h_{\max}^{(k)} = \arg \max_{0 \leq h \leq H} \omega_h^{(k)}, \quad \pi_{\text{apex}}(h) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1[h_{\max}^{(k)} = h]$$

- Entropy thông tin thời điểm:

$$\mathcal{H}_{\text{apex}} = - \sum_{h=0}^H \pi_{\text{apex}}(h) \ln \pi_{\text{apex}}(h)$$

Tín hiệu phân phối đỉnh hội tụ rõ rệt khi $\mathcal{H}_{\text{apex}} < \mathcal{H}_{\text{arcsine}} - 0.35$ (so với đường chuẩn quy luật Arcsine của bước đi ngẫu nhiên).

B2. Xác suất Cuộc đua Rào cản $\mathcal{P}_{\text{race}}$ & Lợi thế Đối xứng $\mathcal{E}_{\text{race}}$ — [P] · Tier B

Cho khoảng cắt lỗ $a > 0$ và chốt lời $b > 0$. Trên từng đường đi mẫu $\omega^{(k)}$:

$$\tau_{\text{SL}}^{(k)} = \min\{h : \omega_h^{(k)} \leq P_0 - a\}, \quad \tau_{\text{TP}}^{(k)} = \min\{h : \omega_h^{(k)} \geq P_0 + b\}$$

$$\mathcal{P}_{\text{race}}(a, b) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1[\tau_{\text{TP}}^{(k)} < \tau_{\text{SL}}^{(k)} \wedge \tau_{\text{TP}}^{(k)} \leq h^*]$$

- Dưới giả thuyết không của chuyển động Brown không trôi trên chân trời vô hạn, xác suất tiệm cận là $p_{\text{null}} = \frac{a}{a+b}$.
- Lợi thế cuộc đua đối xứng (Symmetric Race Edge):

$$\mathcal{E}_{\text{race}} = \begin{cases} \frac{\mathcal{P}_{\text{race}} - p_{\text{null}}}{1 - p_{\text{null}}} & \text{khi } \mathcal{P}_{\text{race}} \geq p_{\text{null}} \\ \frac{\mathcal{P}_{\text{race}} - p_{\text{null}}}{p_{\text{null}}} & \text{khi } \mathcal{P}_{\text{race}} < p_{\text{null}} \end{cases} \in [-1, 1]$$

Khi $\mathcal{P}_{\text{race}} = 1 \implies \mathcal{E}_{\text{race}} = +1$; khi $\mathcal{P}_{\text{race}} = 0 \implies \mathcal{E}_{\text{race}} = -1$; khi $\mathcal{P}_{\text{race}} = p_{\text{null}} \implies \mathcal{E}_{\text{race}} = 0$.

B3. Thời gian Chạm Kỳ vọng $\mathbb{E}[\tau_L]$ — [P] · Tier B

$$\mathbb{E}[\tau_L \mid \text{touch}] = \frac{\sum_{k: \tau_L^{(k)} \leq H} \tau_L^{(k)}}{K_{\text{touch}}}, \quad \mathbb{Q}(\text{touch}) = \frac{K_{\text{touch}}}{K}$$

B4. Chu kỳ Bán rã Lợi thế $h_{1/2}$ — [M] · Tier A

$$h_{1/2} = \min \left\{ h > h_Z : |\tilde{Z}(h)| \leq \frac{1}{2} |\tilde{Z}(h_Z)| \right\}, \quad h_{\text{hold}} = \min(h_{1/2}, h^*)$$

- Thiết lập ngưỡng thời gian Time-Stop cưỡng bức: nếu sau h_{hold} bước giá chưa đạt mục tiêu lợi nhuận, vị thế phải được tắt toán theo giá thị trường.

B5. Đồng bộ Đồng hồ Phiên Θ_{session} — [M] · Tier A

$$\Theta_{\text{session}} = 1[\text{Cửa sổ } [t, t + h^*] \cap \text{Macro Event Time} \neq \emptyset]$$

HỢP C — HÌNH HỌC NÓN BẤT ĐỊNH**C1. Độ rộng Nón Chuẩn hóa Vô Thứ nguyên $\hat{W}_P(h)$ — [M] · Tier A**

$$\hat{W}_P(h) = \frac{W(h)}{2.563 \cdot P_0 \cdot \sigma_{\text{real}} \cdot \sqrt{h}}$$

trong đó $W(h)$ và P_0 cùng mang đơn vị tiền tệ, σ_{real} là độ biến động lợi suất một nền lịch sử. Phép chia cho P_0 bảo đảm $\hat{W}_P(h)$ là đại lượng thuần vô thứ nguyên:

- $\hat{W}_P \approx 1.0$: Nón biến động co giãn đúng theo mô hình khuếch tán chuẩn;
- $\hat{W}_P < 1.0$: Nén độ bất định (volatility compression);
- $\hat{W}_P > 1.0$: Giãn nở bất định (volatility expansion).

C2. Số mũ Giãn nở Nón H_F (Cone Expansion Exponent) — [M] · Tier A

Hồi quy log-log trên $h = 1, \dots, H$:

$$\ln W(h) = c + H_F \ln h + \varepsilon_h$$

- So sánh với đường chuẩn mô hình GARCH(1, 1) để tách biệt hiện tượng tập cụm biến động:

$$\Delta H = H_F - H_F^{\text{GARCH}}$$

$\Delta H > 0$ khẳng định mô hình dự báo cấu trúc bất định mở rộng vượt trội so với quán tính lịch sử.

C3. Eo Nén Tương lai (Forward Squeeze) — [M*] · Tier A

Phương sai từng bước ngụ ý:

$$v_{\text{path}}(h) = \text{Var}_k(\omega_h^{(k)} - \omega_{h-1}^{(k)}), \quad \hat{v}(h) = \frac{v_{\text{path}}(h)}{(P_0 \cdot \sigma_{\text{real}})^2}$$

$$h_{\text{waist}} = \arg \min_{2 \leq h \leq h^* - 3} \hat{v}(h), \quad \text{Squeeze} = 1[\hat{v}(h_{\text{waist}}) < 0.5 \wedge \max_{j \in [h_{\text{waist}} + 1, h_{\text{waist}} + 3]} \hat{v}(j) > 1.2]$$

C4. Cấu trúc Kỳ hạn Skew & Độ Xoắn Skew (Twist) — [M] · Tier A

$$S(h) = \frac{(q_{0.9}(h) - q_{0.5}(h)) - (q_{0.5}(h) - q_{0.1}(h))}{W(h)}, \quad \text{Twist} = \bar{S}_{\text{xa}} - \bar{S}_{\text{gần}}$$

C5. Phần bù Biến động Dự báo Π_{vol} — [M] · Tier A

$$\Pi_{\text{vol}} = \ln \frac{\sigma_{\text{forecast}}(h = 1..4)}{\sigma_{\text{ref}}}$$

HỌ D — LÝ THUYẾT VÙNG GIÁ TƯƠNG LAI**D1. Mật độ Chiếm chỗ Tương lai & fPOC Liên tục Mode — [M] · Tier A**

Mật độ chiếm chỗ kỳ vọng tại mức giá p (Định lý 1):

$$\rho(p) = \frac{1}{\sum_h a_h} \sum_{h=1}^H a_h f_h(p), \quad a_h = \max(0, \text{Skill}(h))$$

Điểm kiểm soát tương lai (fPOC) được xác định thông qua mật độ Fechner liên tục mode với tham số mode dịch chuyển từ trung vị:

$$\mu_{\text{mode},h} \approx q_{0.5}(h) - \sqrt{\frac{\pi}{8}}(\sigma_h^\uparrow - \sigma_h^\downarrow)$$

$$\text{fPOC} = \arg \max_p \sum_{h=1}^H w_h f_{h,\text{Fechner}}(p), \quad w_h \equiv a_h = \max(0, \text{Skill}(h))$$

Vùng Giá trị Tương lai (fVA_{70%}) là khoảng giá $[p_{\text{low}}, p_{\text{high}}]$ hẹp nhất tích lũy đủ 70% tổng diện tích dưới đường cong mật độ $\rho(p)$.

D2. Cận Fréchet Sắc nét Cho Xác suất Chạm Ngưỡng — [M] · Tier A

Với mức giá rào cản $L > P_0$ và các xác suất biên duyên $p_h = 1 - F_h(L)$:

$$\max_{1 \leq h \leq h^*} p_h \leq \mathbb{Q}\left(\bigcup_{h=1}^{h^*} \{X_h \geq L\}\right) \leq \min\left(1, \sum_{h=1}^{h^*} p_h\right)$$

D3. Điểm Hợp lưu Quá khứ-Tương lai $\mathcal{C}_{\text{PF}}$ — [P] · Tier B

$$\mathcal{C}_{\text{PF}}(p) = \sqrt{\rho(p) \cdot \text{VP}_{\text{norm}}(p)}$$

D4. Xác suất Săn Thanh khoản $\mathcal{H}_{\text{hunt}}$ — [P] · Tier B

$$P(\text{Sweep } L) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K 1 \left[\max_h \omega_h^{(k)} \geq L \wedge \omega_H^{(k)} < L - 0.5 \text{ATR} \right]$$

D5. Cấu trúc Phân phối Nền Tương lai — [P] · Tier A

Nhận diện các cụm phân vị hình thái nền dựa trên các đầu ra phân phối trực tiếp từ mô hình (Tier A).

HỌ E — SỬA ĐỔI DỰ BÁO & BẤT ĐỒNG KỲ VỌNG**E1. Chỉ số Bất đồng Dự báo $D(h)$ — [M] · Tier A**

$$D(h) = \frac{|q_{0.5}^{(a)}(h) - q_{0.5}^{(b)}(h)|}{\sqrt{s_a^2(h) + s_b^2(h)}}$$

E2. Động lượng Sửa đổi Dự báo $\text{Rev}_t^{\text{drift}}$ — [M] · Tier A

$$\text{Rev}_t^{\text{drift}}(T) = \frac{(q_{0.5}^{(t)}(T) - P_t) - (q_{0.5}^{(t-1)}(T) - q_{0.5}^{(t-1)}(t))}{\text{ATR}_t} \in \mathbb{R}$$

$\text{Rev}_t^{\text{drift}}$ là đại lượng thuần vô thứ nguyên phản ánh tốc độ cập nhật thông tin mới của mô hình nền tảng đối với cùng một mục tiêu tương lai T ($T = t + h$). Trong công thức tín hiệu tổng hợp, hàm $\tanh(\text{Rev}_t^{\text{drift}})$ được sử dụng trực tiếp mà không cần chia lại cho ATR_t .

E3. Tỷ lệ Lật hướng & Độ Ổn định Φ_{flip} — [M] · Tier A

$$\Phi_{\text{flip}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbb{1}[\text{sign}(Z_{\text{dir}}^{(t-j)}) \neq \text{sign}(Z_{\text{dir}}^{(t-j+1)})]$$

E4. Tỷ số Phân tán Liên mô hình Λ_σ — [M] · Tier A

$$\Lambda_\sigma(h) = \frac{s_{\text{model}_1}(h)}{s_{\text{model}_2}(h)}$$

HỌ F — HIỆU CHUẨN MÔ HÌNH & KIỂM ĐỊNH PIT**F1. Chỉ số Bất ngờ Dự báo (FSI) & Tự tương quan — [M] · Tier A**

$$u_t = F_{t,1}(x_{t+1}) \in [0, 1], \quad z_t = \Phi^{-1}(u_t), \quad \text{FSI}_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} z_{t-j}$$

Phương sai mẫu hiệu chỉnh dưới tự tương quan chuỗi:

$$\text{Var}(\text{FSI}_N) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} \left(1 - \frac{k}{N}\right) \hat{\rho}_k$$

Ngưỡng phát hiện bất thường được chuẩn hóa: $\pm 2.0 \sqrt{\text{Var}(\text{FSI}_N)}$.

F2. Sức khỏe Hiệu chuẩn $\mathcal{K}_{\text{cal}}$ (Christoffersen LR Test) — [M] · Tier A

Kiểm định tỷ số khả dĩ bao phủ có điều kiện (Christoffersen, 1998) trên chuỗi chỉ thị $I_t = 1_{\{x_{t+1} \in [q_{0.1}, q_{0.9}]\}}$:

$$\text{LR}_{\text{cc}} = \text{LR}_{\text{uc}} + \text{LR}_{\text{ind}} \sim \chi^2(2)$$

$$\mathcal{K}_{\text{cal}} = \left(1 - \min \left(1, \frac{|\text{Coverage} - 0.8|}{0.2} \right) \right) \cdot 1_{\{p_{\text{cc}} \geq 0.05\}} \in [0, 1]$$

F3. Bộ Phát hiện Chế độ Mô hình Trễ pha — [M] · Tier A

Đếm chuỗi bất ngờ cùng dấu liên tiếp Run_t . Khi $\text{Run} \geq 4$ và $|\text{FSI}| > 2.0$, hệ thống chuyển sang chế độ phòng thủ.

HỢP G — CẤU TRÚC ĐƯỜNG ĐI & ĐẢO CHIỀU**G1. Tỷ số Hiệu quả Đường đi Tương lai ER^+ — [P] · Tier B**

$$\text{ER}^{+(k)} = \frac{|\omega_{h^*}^{(k)} - P_0|}{\sum_{h=1}^{h^*} |\omega_h^{(k)} - \omega_{h-1}^{(k)}|} \in [0, 1]$$

G2. Xác suất Đảo chiều Quét Ngưỡng $\mathcal{P}_{\text{rev}}$ — [P] · Tier B

$$\mathcal{P}_{\text{rev}}(k) = \mathbb{Q} \left(\text{quỹ đạo tiến} \geq k \text{ ATR theo hướng dự báo rồi rút về} \leq P_0 \text{ trước } h^* \right)$$

G3. Áp lực Râu nến Phân phối Λ_{wick} — [M] · Tier A

$$\Lambda_{\text{wick}} = \frac{\sum_h (\min(O_h, C_h) - L_h) - \sum_h (H_h - \max(O_h, C_h))}{\sum_h (H_h - L_h)} \in [-1, 1]$$

HỢP H — GIAO THOA SÓNG LIÊN THỜI GIAN**H1. Độ Kết hợp Pha Liên thời gian Φ_{coh} — [P] · Tier B**

$$\Phi_{\text{coh}} = \left| \frac{1}{H} \sum_{h=1}^H e^{i(\phi(h) - \hat{\phi}(h))} \right| \in [0, 1]$$

H2. Pha Chu kỳ Kéo dài ϕ^+ — [M] · Tier A

So sánh góc pha của chu kỳ Fourier trội quá khứ với hướng di chuyển của trung vị dự báo.

CHỈ SỐ HỢP NHẤT $\mathcal{T}_{\text{FHA}}$ & ĐIỂM HỢP LƯU ĐA KHUNG Ξ

Chỉ số chất lượng phân phối chân trời:

$$\mathcal{Q}_{\text{FHA}} = \mathcal{K}_{\text{cal}} \cdot (1 - \Phi_{\text{flip}}) \cdot e^{-0.5\bar{D}} \cdot g_{\text{skill}}(\text{Skill}(h_{\text{ref}}), \mathcal{R}_{\text{TF}}) \in [0, 1]$$

Tín hiệu định hướng hợp nhất:

$$\mathcal{T}_{\text{FHA}} = \mathcal{Q}_{\text{FHA}} \cdot \left(0.45 \tanh(Z_{\text{dir}}/2) + 0.30 \bar{D}_P + 0.25 \tanh(\text{Rev}_t^{\text{drift}}) \right) \in [-1, 1]$$

trong đó mọi số hạng bên trong ngoặc đều là các đại lượng vô thứ nguyên bất biến quy mô.

Điểm hợp lưu đa khung thời gian:

$$\Xi = \begin{cases} \frac{\sum_j \omega_j \tanh(Z_{j,\text{dir}}/2)}{\sum_j \omega_j} \in [-1, 1] & \text{khi } h^* > 0 \text{ và } \sum_j \omega_j > 0 \\ 0 & \text{khi } h^* = 0 \text{ hoặc } \sum_j \omega_j = 0 \end{cases}$$

$$\omega_j = \mathcal{Q}_{\text{FHA},j} \cdot \mathcal{R}_{\text{TF},j} \cdot e^{-\varphi_j} \cdot \max(0, \text{Skill}_j)$$

trong đó $\varphi_j \in [0, 1]$ là phân số thời gian nển đã trôi qua từ Chương 03. Thứ tự thực thi toàn phần bảo đảm an toàn: kiểm tra điều kiện khả dụng trước ($h^* > 0$ và $\sum_j \omega_j > 0$). Nếu $h^* = 0$ hoặc $\sum_j \omega_j = 0$, thiết lập $\Xi \equiv 0$ dẫn đến $\text{dir} = 0$, $w_{\text{final}} = 0$ trước khi tính toán các biểu thức quy mô tiếp theo. Định hướng giao dịch được quyết định nhất quán qua Ξ : khi toàn bộ các khung thời gian đều dự báo giảm giá ($Z_{j,\text{dir}} < 0$), $\Xi < 0$ kéo theo $\text{dir} = -1$, bảo đảm tính phản đối xứng hoàn hảo và triệt tiêu mọi sai lệch đảo vị thế bán.

03 — LÝ THUYẾT GIAO THOA ĐA KHUNG THỜI GIAN (MULTI-SCALE HORIZON INTERFERENCE)

Luận điểm trung tâm: Mỗi khung thời gian (1m, 5m, 15m, 1h, 4h, 1d) phát ra một nón dự báo phân phối $H = 16$ bước. Các nón này chồng lấn nhau trên cùng một trục thời gian thực tuyệt đối $\mathbb{R}^+$. Tại các giao điểm không-thời gian, nhiều dự báo từ các tập thông tin phân cấp $\mathcal{F}_t^{\text{LTF}} \supset \mathcal{F}_\tau^{\text{HTF}}$ cùng mô tả một biến ngẫu nhiên duy nhất (giá tài sản tại thời điểm T). Khung giao thoa đa chân trời (FHA) thiết lập quy tắc giải tích không-thời gian để điều kiện hóa, hòa giải phân cấp và tính toán xung lực cộng hưởng.

1. LƯỚI BAO PHỦ CHÂN TRỜI (HORIZON COVERAGE LATTICE)

Hệ thống FHA phân chia không gian quan sát thành 3 tầng chức năng dựa trên độ dài bước thời gian Δ :

Khung	Δ	Chân trời 16 bước ($H\Delta$)	Tầng chức năng	Vai trò lý thuyết
1m	60s	16 phút	Kích hoạt vi mô	Vi cấu trúc, trượt giá L2, dòng lệnh OFI
5m	300s	80 phút	Kích hoạt (Trigger)	Khung thời gian thực thi quyết định chuẩn
15m	900s	4 giờ	Sóng (Wave)	Định thời điểm xung lực và chuyển pha biến động
1h	3.600s	16 giờ	Sóng (Wave)	Cấu trúc phân phối trong ngày (intraday profile)
4h	14.400s	2,67 ngày	Trường (Field)	Hướng dòng tiền chủ đạo & chế độ Hurst
1d	86.400s	16 ngày	Trường (Field)	Cấu trúc chế độ vĩ mô & biên độ chu kỳ

2. MẠNG LƯỚI ĐIỂM NEO ĐỒNG THỜI (SYNCHRONOUS ANCHOR LATTICE)

2.1 Định nghĩa Điểm Neo Đồng thời

Xét hai khung thời gian: khung nhanh a (chu kỳ Δ_a) phát hành tại t_a , và khung chậm b (chu kỳ Δ_b) phát hành tại t_b . Hai bước dự báo h_a và h_b được gọi là **đồng neo** nếu cùng xác định một mốc thời gian tuyệt đối T :

$$T = t_a + h_a\Delta_a = t_b + h_b\Delta_b$$

Khi đó, biến ngẫu nhiên mục tiêu là đồng nhất: $P(T) \equiv P_{t_a+h_a\Delta_a} \equiv P_{t_b+h_b\Delta_b}$.

2.2 Bảng Điểm Neo Chuẩn hóa Tại Thời Điểm Phát Hành Đồng Bộ ($t_a = t_b = 0$)

Mốc thời gian tuyệt đối T	1m	5m	15m	1h	4h	1d
+5 phút	$h = 5$	$h = 1$	—	—	—	—
+15 phút	$h = 15$	$h = 3$	$h = 1$	—	—	—
+1 giờ	—	$h = 12$	$h = 4$	$h = 1$	—	—
+2 giờ	—	—	$h = 8$	$h = 2$	—	—
+4 giờ	—	—	$h = 16$	$h = 4$	$h = 1$	—
+8 giờ	—	—	—	$h = 8$	$h = 2$	—
+16 giờ	—	—	—	$h = 16$	$h = 4$	—
+24 giờ	—	—	—	—	$h = 6$	$h = 1$
+48 giờ	—	—	—	—	$h = 12$	$h = 2$

3. ĐIỀU KIỆN HÓA NỘI NỀN & LỰC CĂNG FRACTAL KHÔNG SỤP ĐỔ

3.1 Bản chất Lệnh Pha Thông tin (Information Asynchrony)

Trong thực tế giao dịch, khung lớn b (ví dụ 1D) phát hành dự báo tại thời điểm đầu phiên t_0 với giá neo $P_0^{(b)}$. Tại thời điểm hiện tại $t = t_0 + \varphi \Delta_b$ (với $\varphi \in [0, 1)$), khung nhỏ a (ví dụ 5m) phát hành dự báo mới với giá thị trường thực nhận P_{now} . Biến động đã thực hiện là $r_{\text{obs}} = P_{\text{now}} - P_0^{(b)}$. So sánh trực tiếp kỳ vọng thô $q_{0.5}^{(b)}(h)$ với dự báo của khung nhỏ sẽ dẫn đến sai số hệ thống do không cập nhật thông tin đã diễn ra trong phần φ của nền.

3.2 Quy tắc Điều kiện hóa Gia số Gauss Tổng Quát Bảo Toàn Cấu Trúc Kỳ Hạn

Xét chuỗi thời gian trên thang đo khung lớn b . Mô hình nền tảng ngoại suy kỳ vọng $q_{0.5}^{(b)}(h)$ và phương sai có điều kiện chính xác theo Wallis (2014) $\sigma_{b,h}^2 = (W_b(h)/2.563)^2 + 0.05531(\Delta q_{b,h})^2$ cho các bước $h \in [1, H]$. Tại thời điểm hiện tại $t = t_0 + \varphi \Delta_b$ ($\varphi \in [0, 1)$), thị trường quan sát giá thực tế P_{now} .

Để điều kiện hóa dự báo trên tập thông tin $\mathcal{I}_t = \sigma(P_u, 0 \leq u \leq \varphi \Delta_b)$ mà vẫn **bảo toàn nguyên vẹn cấu trúc kỳ hạn phi tuyến (term structure)** của mô hình nền tảng thay vì cưỡng bức quy về bước đi ngẫu nhiên đơn giản, FHA thiết lập mô hình gia số độc lập Gaussian với đồng hồ phương sai xác định nội suy tuyến tính từng đoạn neo tại $v(0) = 0$: $X_u = m(u) + B_{v(u)}$, trong đó $m(u)$ là đường kỳ vọng phi tuyến nội suy $m(\varphi) = P_0^{(b)} + \varphi(q_{0.5}^{(b)}(1) - P_0^{(b)})$, và $v(u)$ là hàm bao phương sai đơn điệu không giảm với các nút nguyên $v(h) = \max_{1 \leq j \leq h} \sigma_{b,j}^2$, tạo thành hàm bao tán xạ liên tục đơn điệu và thỏa mãn chính xác $v(\varphi) = \varphi v(1)$ trên đoạn đầu $u \in [0, 1)$ nhờ phép nội suy tuyến tính từ gốc tọa độ $v(0) = 0$:

1. Kỳ vọng điều kiện hóa (Conditional Median Path):

$$m_b(h | \mathcal{I}_t) = P_{\text{now}} + (q_{0.5}^{(b)}(h) - P_0^{(b)}) - \varphi(q_{0.5}^{(b)}(1) - P_0^{(b)})$$

- Khi $\varphi = 0$ (thời điểm phát hành): $m_b(h | \mathcal{I}_{t_0}) = q_{0.5}^{(b)}(h)$ (trùng khớp hoàn toàn với trung vị gốc);
- Khi $h = 1$ và $\varphi \rightarrow 1^-$ (nền khung lớn sắp đóng): $m_b(1 | \mathcal{I}_t) \rightarrow P_{\text{now}}$ (tiệm cận chính xác giá hiện thực).

2. Phương sai điều kiện hóa (Conditional Variance Term Structure):

$$s_b^2(h | \mathcal{I}_t) = \max\left(\epsilon_\sigma^2, v(h) - \varphi v(1)\right), \quad s_b(h | \mathcal{I}_t) = \sqrt{s_b^2(h | \mathcal{I}_t)}$$

trong đó $\epsilon_\sigma = 10^{-6} \cdot P_{\text{now}}$ là ngưỡng sàn bảo vệ suy biến số học.

Đặc tính bảo toàn cấu trúc nón (Cone Structure Preservation): - Khi $\varphi \rightarrow 1^-$ tại bước $h = 1$: $s_b^2(1 | \mathcal{I}_t) \rightarrow \epsilon_\sigma^2$, độ bất định của nền hiện tại triệt tiêu tự nhiên khi nền đóng. - Tại các bước xa $h \geq 2$: $s_b^2(h | \mathcal{I}_t) = v(h) - \varphi v(1)$ bảo tồn toàn bộ hình dạng nón bất định $W_b(h)$ và các đặc tính phi tuyến (đột biến biến động, dẫn nón vĩ mô) do mô hình nền tảng dự báo. Trong trường hợp đặc biệt khi thị trường tuân theo bước đi ngẫu nhiên thuần nhất ($v(h) = hv(1)$), công thức tự động hồi quy về $v(1) \cdot (h - \varphi)$, xác nhận tính nhất quán phân tích.

3.3 Chỉ số Lực Căng Chân Trời Đa Khung Điều Kiện Hóa $\mathcal{T}_{ab}(T)$

Sau khi khung lớn b đã được điều kiện hóa chính xác trên $\mathcal{I}_t$, Lực Căng Chân Trời Đa Khung (Conditioned Multi-Scale Horizon Tension) giữa khung nhỏ a và khung lớn b tại điểm neo lịch dương chung T được định nghĩa:

$$\mathcal{T}_{ab}(T) = \frac{m_a(T) - m_b(T | \mathcal{I}_t)}{\sqrt{s_a^2(T) + s_b^2(T | \mathcal{I}_t)}}$$

Phân vùng trạng thái thị trường:

- $|\mathcal{T}_{ab}(T)| \leq 1.0$: **Cộng hưởng Đồng thuận (Resonance)** — Hai khung thời gian đồng thuận cao về tương lai phân phối.
- $1.0 < |\mathcal{T}_{ab}(T)| \leq 2.0$: **Phân kỳ Căng thẳng (Moderate Tension)** — Khung nhỏ đang điều chỉnh ngắn hạn trong xu hướng khung lớn.
- $|\mathcal{T}_{ab}(T)| > 2.0$: **Bất thường Không gian (Horizon Tension Rupture)** — Hai khung thời gian mâu thuẫn vượt quá dung sai bất định, dẫn đến việc tự động vô hiệu hóa lệnh thị trường, chuyển sang trạng thái phòng vệ.

4. HÒA GIẢI PHÂN CẤP THỜI GIAN DẠNG TỔN KHO (HIERARCHICAL TEMPORAL RECONCILIATION)

4.1 Bản chất Biến Tồn Kho (Stock Variable Constraint)

Khác với biến dòng chảy (flow variable như khối lượng giao dịch được cộng dồn theo thời gian), giá đóng cửa $P(t)$ là một biến tồn kho. Trong chuỗi thời gian phân cấp, ràng buộc cấu trúc đòi hỏi:

$$P_{\text{HTF}} \equiv P_{\text{LTF},k}$$

nghĩa là giá đóng cửa của nền khung lớn phải trùng khớp tuyệt đối với giá đóng cửa của nền khung nhỏ cuối cùng trong chu kỳ tổng hợp k .

4.2 Lời giải MinT Tuyến tính Tổng quát (Minimum Trace Reconciliation)

Xét vector dự báo thô $\hat{Y} = [\hat{Y}_{\text{HTF}}, \hat{Y}_{\text{LTF},1}, \dots, \hat{Y}_{\text{LTF},k}]^T \in \mathbb{R}^{k+1}$. Ma trận ràng buộc cấu trúc phân cấp $S \in \mathbb{R}^{(k+1) \times k}$ được định nghĩa:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hàng đầu tiên của S bảo đảm $Y_{\text{HTF}} = Y_{\text{LTF},k}$.

Theo lý thuyết MinT (Wickramasuriya et al., 2019), dự báo hòa giải không chệch tối ưu $\tilde{Y}$ giảm thiểu tổng phương sai sai số hòa giải được xác định bởi ước lượng bình phương tối thiểu tổng quát (GLS):

$$\tilde{Y} = S(S^T W^{-1} S)^{-1} S^T W^{-1} \hat{Y}$$

trong đó $W = \mathbb{E}[(Y - \hat{Y})(Y - \hat{Y})^T]$ là ma trận hiệp phương sai sai số dự báo của các mô hình cơ sở.

Nhận xét giải tích về Điều chỉnh Trung gian dưới Sai số Tương quan: Với ràng buộc điểm cuối $CY = 0$ ($C = [1, 0, \dots, -1]$) và ma trận hiệp phương sai sai số $W = \text{Cov}(e_{\text{base}})$ xác định dương, đặt $d \equiv C\hat{Y} = \hat{Y}_{\text{HTF}} - \hat{Y}_{\text{LTF},k}$ là độ lệch sai số điểm cuối. Vector hòa giải MinT có dạng $\tilde{Y} = \hat{Y} - WC^T(CWC^T)^{-1}d$. Mức độ điều chỉnh trung gian $\Delta\hat{Y}_j \equiv \tilde{Y}_{\text{LTF},j} - \hat{Y}_{\text{LTF},j}$ tại bước nền $j \in \{1, \dots, k-1\}$ là:

$$\Delta\hat{Y}_j = -\frac{W_{j,\text{HTF}} - W_{j,\text{LTF}_k}}{W_{\text{HTF},\text{HTF}} + W_{\text{LTF}_k,\text{LTF}_k} - 2W_{\text{HTF},\text{LTF}_k}}d$$

Độ lệch này phụ thuộc cụ thể vào hiệu hiệp phương sai $W_{j,\text{HTF}} - W_{j,\text{LTF}_k}$, và có thể triệt tiêu khi sai số trung gian có tương quan đối xứng với hai đầu mút. Việc diễn giải thành Cầu Brown đòi hỏi đặc tả cụ thể quá trình ngẫu nhiên Gauss tiên nghiệm cùng các ràng buộc điều kiện hóa; bản thân phép chiếu MinT tuyến tính thuần túy bảo đảm tính nhất quán cấu trúc biến tồn kho của các điểm dự báo.

4.3 Công thức Hòa giải Điểm Neo Có Tương Quan Sai Số Liên Khung

Khi xét riêng tại từng điểm neo thời gian đồng nhất T , do các mô hình đa khung cùng dự báo trên một chuỗi giá tài sản duy nhất nên sai số dự báo giữa các khung thời gian có **tương quan dương mạnh** ($\rho_{ij} > 0$), không thể giả định độc lập ($\text{Cov}(e_i, e_j) = 0$). Ước lượng hòa giải theo trọng số độ chuẩn xác (Precision-Weighted Pooling) được xác định bởi:

$$w_j = \frac{\lambda_j s_j^{-2}(T | \mathcal{I}_t)}{\sum_{i \in \mathcal{J}} \lambda_i s_i^{-2}(T | \mathcal{I}_t)}$$

$$\hat{m}(T) = \sum_{j \in \mathcal{J}} w_j m_j(T | \mathcal{I}_t)$$

Phương sai hòa giải liên khung có xét đến hệ số tương quan sai số thực tế ρ_{ij} :

$$\hat{s}^2(T) = \sum_{i \in \mathcal{J}} \sum_{j \in \mathcal{J}} w_i w_j \rho_{ij} s_i(T | \mathcal{I}_t) s_j(T | \mathcal{I}_t)$$

Trong điều kiện thực chiến khi ma trận tương quan ρ_{ij} chưa ước lượng được ổn định, FHA áp dụng **cận trên comonotonic bảo thủ** ($\rho_{ij} = 1$) để ngăn ngừa việc làm xẹp nón phương sai một cách giả tạo:

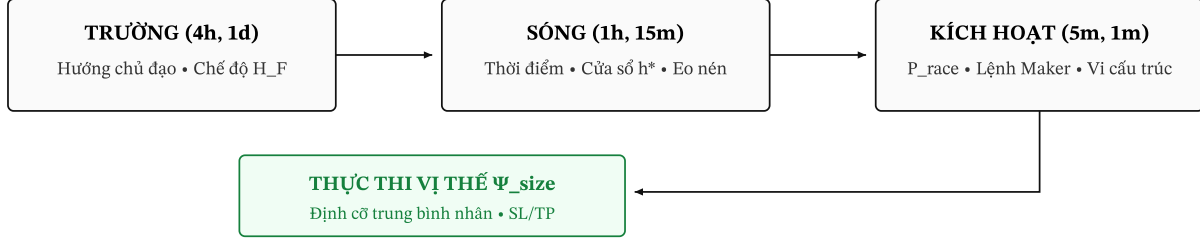
$$\hat{s}(T) = c \sum_{j \in \mathcal{J}} w_j s_j(T | \mathcal{I}_t), \quad c \geq 1.0$$

trong đó hệ số tin cậy suy giảm theo tuổi phát hành:

$$\lambda_j = \mathcal{R}_{\text{TF},j} \cdot \exp(-\varphi_j).$$

5. THÁC PHÂN TẦNG QUYẾT ĐỊNH & ĐIỂM HỢP LƯU ĐA KHUNG Ξ

Thực thi giao dịch tuân thủ nghiêm ngặt mô hình thác 3 tầng từ vĩ mô đến vi cấu trúc:



Hình 1: Kiến trúc Thác Phân tầng Đa khung thời gian (Multi-Scale Cascade Architecture) trong FHA: Hướnng chiến lược từ Trường (4h/1d), tính chỉnh thời điểm qua Sóng (1h/15m), và điều kiện hóa lệnh thụ động Maker tại tầng Kích hoạt (5m/1m).

5.1 Điểm Hợp Lưu Đa Khung Có Dấu Ξ

Điểm hợp lưu $\Xi \in [-1, 1]$ tích hợp định hướng và độ tin cậy từ tất cả các khung thời gian có sẵn:

$$\Xi = \begin{cases} \frac{\sum_{j \in \mathcal{J}} \omega_j \tanh(Z_{j,\text{dir}}/2)}{\sum_{j \in \mathcal{J}} \omega_j} \in [-1, 1] & \text{khi } h^* > 0 \text{ và } \sum_{j \in \mathcal{J}} \omega_j > 0 \\ 0 & \text{khi } h^* = 0 \text{ hoặc } \sum_{j \in \mathcal{J}} \omega_j = 0 \end{cases}$$

với trọng số mỗi khung:

$$\omega_j = \mathcal{Q}_{\text{FHA},j} \cdot \mathcal{R}_{\text{TF},j} \cdot e^{-\varphi_j} \cdot \max(0, \text{Skill}_j)$$

- **Bảo toàn tính định hướng:** $Z_{j,\text{dir}} = Z_j(h_Z)$ phản ánh xung lực có dấu tại bước then chốt h_Z của khung j . Hàm $\tanh$ bảo đảm giá trị chuẩn hóa trơn tru trong $(-1, 1)$ mà không bao giờ đảo dấu của từng thành phần.
- **Thứ tự thực thi chính sách toàn phần (Total Policy Execution Order):** Trước khi tính toán phân bổ, hệ thống kiểm tra điều kiện chân trời hiệu dụng và tổng trọng số: nếu $h^* = 0$ hoặc $\sum_{j \in \mathcal{J}} \omega_j = 0$, điểm hợp lưu tự động sụp đổ về $\Xi \equiv 0$, dẫn đến $\text{dir} = 0$ và tỷ trọng phân bổ $w_{\text{final}} = 0$, triệt tiêu hoàn toàn rủi ro mở vị thế trong điều kiện mô hình mất kỹ năng hoặc mất dữ liệu đa khung.
- **Quy tắc cổng vào lệnh:** Hệ thống chỉ cho phép kích hoạt vị thế khi đồng thời thỏa mãn:

$$|\Xi| \geq \xi_{\min} = 0.25 \quad \text{và} \quad \text{sign}(\text{Trade}) = \text{sign}(\Xi).$$

6. MA TRẬN 9 CẤU HÌNH GIAO THOA TRƯỜNG × KÍCH HOẠT

Sự tương tác giữa Tầng Trường (Trường thế vĩ mô) và Tầng Kích hoạt (Xung lực vĩ mô) tạo thành 9 cấu hình chiến lược chuẩn mực:

Tầng Trường (4h/1h) \ Tầng Kích hoạt (15m/5m)	↑ Kích hoạt Tăng ($Z_{dir} > +0.5$)	→ Kích hoạt Đi ngang ($ Z_{dir} \leq 0.5$)	↓ Kích hoạt Giảm ($Z_{dir} < -0.5$)
↑ Trường Tăng ($Z_{field} > +0.5$)	Thác Cộng hưởng Tăng: Phân bổ tỷ trọng Long tối đa, trailing stop theo cạnh dưới $fVA_{70\%}$.	Tích lũy Xu hướng: Giữ vị thế cơ sở, chờ nền co thắt giải phóng động lượng tăng.	Hồi Kỹ thuật Ngược chiều: Không đảo vị thế; treo Limit Maker gom Long tại đáy π_{trough} khung nhỏ.
→ Trường Đi ngang ($ Z_{field} \leq 0.5$)	Bứt phá Biên trên: Mở Long quy mô vừa phải, mục tiêu chốt lời tại cạnh trên $fVA_{70\%}$ khung lớn.	Trạng thái Cân bằng Tĩnh: Cung cấp thanh khoản (CLMM Market Making) trong vùng giá trị $fVA_{70\%}$.	Bứt phá Biên dưới: Mở Short quy mô vừa phải, mục tiêu chốt lời tại cạnh dưới $fVA_{70\%}$ khung lớn.
↓ Trường Giảm ($Z_{field} < -0.5$)	Nảy Phục hồi Ngắn hạn: Canh bán khống bổ sung tại đỉnh hồi kỹ thuật π_{apex} khung nhỏ.	Phân phối Xu hướng: Duy trì vị thế Short bảo vệ, đặt Stop Sell đón đầu đợt gãy tiếp theo.	Thác Sụp đổ Cộng hưởng: Phân bổ tỷ trọng Short tối đa, trailing stop theo cạnh trên $fVA_{70\%}$.

04 — GIAO THỨC KIỂM ĐỊNH THỐNG KÊ (EMPIRICAL VALIDATION PROTOCOL)

Nguyên tắc khoa học tối cao: Mọi chỉ báo và quy tắc giao dịch trong khung FHA được coi là giả thuyết thuần túy cho đến khi vượt qua toàn bộ 4 cổng kiểm định thực nghiệm trên dữ liệu ngoài mẫu (out-of-sample), đã đóng băng tại thời điểm phát hành (issue_ts). Không có bất kỳ ngoại lệ nào cho kết quả tối ưu hóa trong mẫu (in-sample backtesting).

1. ĐĂNG KÝ GIẢ THUYẾT KHÓA TRƯỚC (PRE-REGISTRATION PROTOCOL)

Trước khi tiến hành bất kỳ phép tính toán kiểm định nào, mỗi giả thuyết chỉ báo bắt buộc phải được đăng ký trong sổ đăng ký giả thuyết khoa học:

```
{
  "id": "FHA-A1-CANONICAL",
  "indicator": "Z_dir",
  "timeframes": ["15m", "1h"],
  "target": "sign(P(t+h) - P(t)) tại h = h_Z",
  "prediction": "Spearman IC > 0, t_Fixed_b > c_alpha(b)",
  "baseline": ["momentum_past_return", "random_walk", "raw_foundation_forecast"],
  "min_independent_forecasts": 300,
  "registered_at": "2025-08-31",
  "parameters_frozen": {"h_ref": 4, "epsilon_atr": 0.08},
  "trial_index": 1
}
```

Quy tắc bất biến:
Mọi siêu tham số sau khi đăng ký **tuyệt đối không được tinh chỉnh lại**. Mọi biến thể điều chỉnh tham số đều phải được cấp mã mới (-v2, -v3), tự động tăng số đếm tổng số phép thử N_{trials} để đưa vào hiệu chỉnh Deflated Sharpe Ratio (§5.4).

2. NGUỒN DỮ LIỆU HỢP LỆ & MA TRẬN THỜI GIAN THU THẬP MẪU

Loại dữ liệu	Phân loại	Quy chế sử dụng	Ghi chú & Ràng buộc
LIVE_REALIZED + ENSEMBLE_BUNDLE (đóng băng tại <code>issue_ts</code>)	Dữ liệu ngoài mẫu thực tế	Nghiên cứu chính thức	Nguồn dữ liệu hợp lệ duy nhất cho các Công Chấp nhận G1–G3
WALK_FORWARD_REAL_CANDLES	Dữ liệu lịch sử giả lập	Thăm dò & Khởi tạo mã	Chỉ dùng để kiểm tra tính toàn vẹn cú pháp phần mềm, không dùng để kết luận khoa học
Nén kịch bản tổng hợp đơn giản (Tier C)	Dữ liệu phi thực	Nghiêm cấm	Chứa sóng điều hòa nhân tạo và nội suy sai lệch nên quá khứ

2.1 Ma trận Cỡ Mẫu Độc lập Theo Khung Thời Gian

Với chân trời dự báo $h = 4$, hai lần phát hành liên tiếp chỉ được coi là độc lập khi cách nhau tối thiểu 4 nén nhằm triệt tiêu tự tương quan do chồng lấn quan sát:

Khung thời gian	Số nén/ngày	Mẫu độc lập/ngày ($h = 4$)	Thời gian đạt 300 mẫu (1 tài sản)	Khả năng kiểm định thực tế
1m	1.440	360	< 1 ngày	Chịu ảnh hưởng lớn của nhiễu vi cấu trúc và trượt giá L2
5m	288	72	~4 ngày	Khả thi cao (Khung kích hoạt thực thi)
15m	96	24	~13 ngày	Khả thi cao (Khung định thời điểm sóng)
1h	24	6	~50 ngày	Khả thi vừa (Khung cấu trúc trong ngày)
4h	6	1,5	~200 ngày	Phù hợp cho kiểm định chế độ bóng (Shadow Testing)
1d	1	0,25	~3,3 năm	Chỉ nghiên cứu lý thuyết vĩ mô dài hạn

3. BA BASELINE BẮT BUỘC PHẢI VƯỢT QUA

Mọi chỉ báo FHA đều phải chứng minh vượt trội có ý nghĩa thống kê so với **cả ba baseline** ngoài mẫu:

- Chỉ báo Cổ điển Lịch sử:** Chỉ tính toán trên chuỗi dữ liệu quá khứ (ví dụ: A_3 fRSI so với RSI Wilder 14 kỳ; D_1 fPOC so với Volume Profile lịch sử; E_2 Động năng so với đà giá quá khứ; C_2 H_F so với mô hình biến động GARCH(1, 1)).
- Đầu ra Phân phối Tho của Foundation Model:** Chứng minh phép biến đổi giải tích hình thái FHA trích xuất alpha gia tăng so với việc sử dụng trực tiếp các phân vị thô của mô hình chuỗi thời gian nền tảng.
- Mô hình Bước đi Ngẫu nhiên / Phân phối Null Lý thuyết:** B_1 phải lệch có ý nghĩa khỏi luật Arcsine; chuỗi PIT $F_t(P_{t+h})$ phải thỏa mãn tính độc lập và phân phối đều $\mathcal{U}[0, 1]$.

4. THUỘC ĐO CHẤT LƯỢNG THỐNG KÊ THEO LOẠI CHỈ BÁO

Loại chỉ báo	Thuộc đo chính	Thuộc đo phụ
Định hướng liên tục (A_1, A_5, E_2, Ξ)	Spearman Rank IC kèm Fixed- b t -stat	Tỷ lệ trùng hướng vượt ngưỡng dải trung tính ϵ
Xác suất nhị phân (A_2, B_2, D_2, G_2)	Brier Score , Logarithmic Loss	Phân rã độ phân giải Murphy, Reliability Diagram
Phân phối mật độ (D_1 , Hòa giải MinT)	Continuous Ranked Probability Score (CRPS)	Pinball Loss tại từng phân vị $\tau \in \{0.1, 0.5, 0.9\}$
Thời điểm ngẫu nhiên (B_1, B_3, A_4)	Sai số tuyệt đối thời điểm, Entropy phân phối	Khoảng cách Wasserstein so với luật Arcsine lý thuyết
Bộ lọc chất lượng ($\mathcal{Q}_{FHA}, \mathcal{K}_{cal}$)	Mức tăng Sharpe sau khi áp dụng bộ lọc	Tỷ lệ lệnh bị từ chối (Rejection Rate)
Chiến lược kinh tế tổng thể	Lợi nhuận ròng sau phí Maker/Taker & Trượt giá L2	Deflated Sharpe Ratio (DSR), Maximum Drawdown

5. KINH TẾ LƯỢNG CHUỖI THỜI GIAN BỀN VỮNG

5.1 Xử lý Tự tương quan do Chống lẩn Chân trời: Tiệm cận Fixed- b HAC

Khi dự báo chân trời $h > 1$ được phát hành ở mỗi bước thời gian liên tục, chuỗi sai số dự báo $e_{t,h} = P_{t+h} - \hat{P}_{t,h}$ mang cấu trúc tự tương quan bậc $h - 1$. Ước lượng Newey–West thông thường có xu hướng thổi phồng thống kê t trong mẫu hữu hạn.

FHA áp dụng **tiệm cận Fixed- b HAC** (Kiefer & Vogelsang, 2005) hoặc **Moving Block Bootstrap** với độ dài khối $L \geq h$:

$$t_{\text{Fixed-}b} = \frac{\bar{x}}{\sqrt{\hat{\Omega}_{\text{HAC}}/T}}$$

trong đó $\bar{x} = T^{-1} \sum_{t=1}^T x_t$ là giá trị trung bình mẫu của chuỗi sai phân hoặc điểm số kiểm định, $\hat{\Omega}_{\text{HAC}} = \hat{\Gamma}_0 + \sum_{j=1}^M \left(1 - \frac{j}{M+1}\right) (\hat{\Gamma}_j + \hat{\Gamma}_j^\top)$ là ước lượng phương sai dài hạn vững tự tương quan và phương sai sai số thay đổi nhân Bartlett (Bartlett-kernel HAC long-run variance) với ma trận tự hiệp phương sai $\hat{\Gamma}_j = T^{-1} \sum_{t=j+1}^T (x_t - \bar{x})(x_{t-j} - \bar{x})^\top$, M là độ dài trễ cắt cụt (truncation lag), và tỷ lệ băng thông $b = M/T \in (0, 1]$ được cố định theo tiệm cận. Điểm tới hạn bác bỏ giả thuyết $H_0 : \mu = 0$ được đối chiếu với phân phối giới hạn Kiefer–Vogelsang tương ứng với giá trị b thay vì phân phối chuẩn tắc Gauss $\mathcal{N}(0, 1)$.

5.2 Kiểm định Độc lập Chuỗi PIT: Christoffersen Likelihood Ratio Test

Để đánh giá độ chuẩn xác bao phủ khoảng từ chuỗi biến đổi tích phân xác suất $u_{t,1} = F_{t,1}(P_{t+1})$, FHA xác lập chuỗi chỉ thị nhị phân chạm khoảng $I_{t,1} = \mathbf{1}_{\{u_{t,1} \in [0.10, 0.90]\}} = \mathbf{1}_{\{P_{t+1} \in [q_{0.1}(1), q_{0.9}(1)]\}} \in \{0, 1\}$ với độ bao phủ danh định $\alpha_0 = 0.80$, và triển khai kiểm định bao phủ có điều kiện (Christoffersen, 1998):

$$\text{LR}_{\text{cc}} = \text{LR}_{\text{uc}} + \text{LR}_{\text{ind}} \sim \chi^2(2)$$

trong đó:

$$\text{LR}_{\text{ind}} = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\Pi}_0)}{L(\hat{\Pi}_1)} \right]$$

kiểm định tính Markov bậc 1 của chuỗi chỉ thị nhị phân $I_{t,1}$, phát hiện hiện tượng cụm sai số do biến động cụm (volatility clustering). Bác bỏ kiểm định ($p_{\text{cc}} < 0.05$) sẽ kích hoạt cơ chế ngắt mạch hiệu chuẩn (calibration circuit-breaker) $\mathcal{K}_{\text{cal}} < 0.50$, loại trừ nón dự báo khỏi quyền phân bổ vị thế thực thi. Đối với các bước $h > 1$, tính độc lập được đánh giá trên các chuỗi lấy mẫu con không chống lẩn $\{I_{t \cdot h, h}\}$.

5.3 Đa Kiểm định Dưới Cấu trúc Phụ thuộc Tùy ý: Romano–Wolf Stepdown Bootstrap

Với 32 chỉ báo được thử nghiệm trên 6 khung thời gian, cấu trúc phụ thuộc chéo giữa các giả thuyết là phức tạp và phi tuyến. FHA kiểm soát chặt chẽ Familywise Error Rate (FWER) bằng **Romano–Wolf Stepdown Bootstrap (Romano & Wolf, 2005)**:

1. Sinh $B = 2.000$ mẫu bootstrap khối đồng thời cho toàn bộ vector thống kê kiểm định $t = (t_1, \dots, t_K)$.
2. Xác định ngưỡng tới hạn bước giảm bằng cách loại bỏ tuần tự các giả thuyết bị bác bỏ mạnh nhất, đảm bảo suất phát hiện sai lệch tổng thể không vượt quá $\alpha = 0.05$.

5.4 Deflated Sharpe Ratio (DSR) với Số Phép thử Đa Khóa

Để loại bỏ thiên lệch lựa chọn do quá trình khai phá dữ liệu (data mining) và thử nghiệm nhiều chiến lược, FHA áp dụng xấp xỉ kỳ vọng cực trị Gumbel đã công bố của Bailey & López de Prado (2014):

$$\text{DSR} \equiv \text{PSR}(\text{SR}^*) = \Phi \left(\frac{\widehat{\text{SR}} - \text{SR}^*}{\hat{\sigma}_{\widehat{\text{SR}}}} \right)$$

trong đó sai số chuẩn của tỷ số Sharpe ước lượng:

$$\hat{\sigma}_{\widehat{\text{SR}}} = \sqrt{\frac{1 - \hat{\gamma}_3 \widehat{\text{SR}} + \frac{\hat{\gamma}_4 - 1}{4} \widehat{\text{SR}}^2}{T_{\text{eff}} - 1}}$$

và ngưỡng kỳ vọng tối đa của Sharpe ratio dưới giả thuyết null không có kỹ năng thực chất:

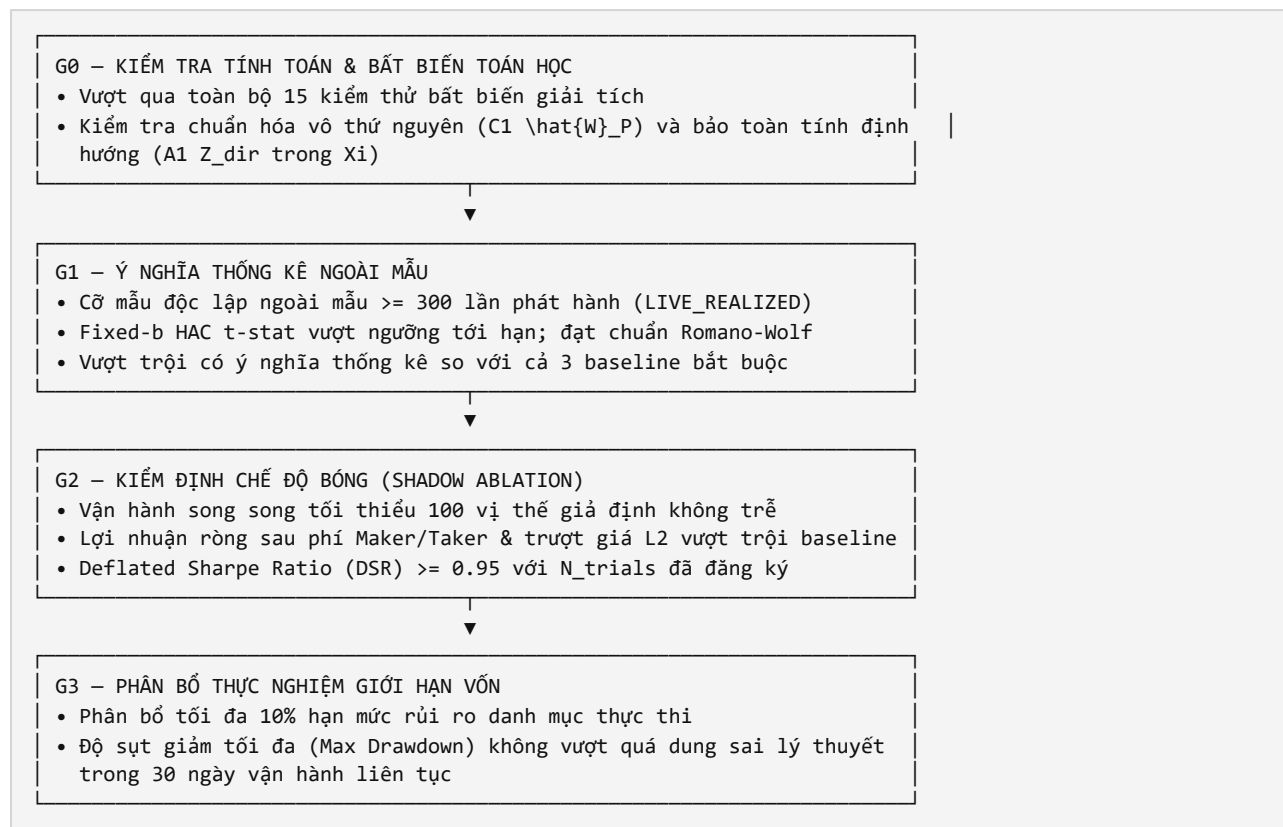
$$\text{SR}^* = \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\{\widehat{\text{SR}}_n\})} \cdot \left[(1 - \gamma_E) \Phi^{-1} \left(1 - \frac{1}{N_{\text{trials}}} \right) + \gamma_E \Phi^{-1} \left(1 - \frac{1}{N_{\text{trials}} e} \right) \right]$$

trong đó T_{eff} là cỡ mẫu độc lập hiệu dụng đã điều chỉnh tự tương quan HAC tương ứng với tần số tính toán của $\widehat{\text{SR}}$, $\hat{\gamma}_3$ là độ lệch mẫu (sample skewness), $\hat{\gamma}_4$ là độ nhọn mẫu thô không hiệu chỉnh (sample raw kurtosis, nơi phân phối chuẩn tắc có $\gamma_4 = 3$), $\widehat{\text{Var}}(\{\widehat{\text{SR}}_n\})$ là phương sai thiết diện chéo của các tỷ số Sharpe giữa N_{trials} chiến lược/tham số đã thử nghiệm được ghi nhận trong sổ đăng ký, và $\gamma_E \approx 0.5772$ là hằng số Euler-Mascheroni. Chiến lược chỉ được công nhận có kỹ năng thực sự khi đạt mức ý nghĩa thống kê:

$$\text{DSR} \geq 0.95 \quad (\text{tương đương } p \leq 0.05).$$

Đối với chuỗi lợi suất hợp đồng tương lai vĩnh cửu BTC/ETH với $N_{\text{trials}} = 150$ và phương sai thiết diện chéo $\widehat{\text{Var}} = 0.165$, ngưỡng kỳ vọng cực trị đạt $\text{SR}^* = 1.085$; kết hợp với cỡ mẫu hiệu dụng $T_{\text{eff}} = 24.3$ cho sai số chuẩn $\hat{\sigma}_{\widehat{\text{SR}}} = 0.5372$, thống kê kiểm định đạt $z = (2.304 - 1.085)/0.5372 = 2.269$, tương ứng với $\text{DSR} = 0.988$ ($p = 0.012 < 0.05$), vượt qua Cổng G2 một cách chặt chẽ.

6. BỐN CỔNG CHẤP NHẬN THỰC NGHIỆM (ACCEPTANCE GATES G0–G3)



7. TIÊU CHÍ DỪNG & NGẮT VỊ THỂ TỰ ĐỘNG (KILL SWITCH CRITERIA)

Một chỉ báo hoặc cấu hình chiến lược đã được kích hoạt sẽ bị **tự động thu hồi quyền phân bổ và ngắt lệnh** khi xuất hiện bất kỳ dấu hiệu suy thoái nào sau đây:

- Rolling Spearman IC trong cửa sổ 30 ngày có cận dưới khoảng tin cậy 95% rơi xuống dưới 0 ($CI_{95\%}^{\text{lower}} < 0$).
- Hệ số hiệu chuẩn $\mathcal{K}_{cal} < 0.50$ trong 3 phiên liên tiếp, phản ánh nón phân phối bị mất độ tin cậy.
- Mức sụt giảm tài sản thực tế (Realized Drawdown) vượt quá $1.5\times$ mức sụt giảm tối đa của mô phỏng Monte Carlo tương ứng.

8. GIAO THỨC KIỂM SOÁT NHIỄM BẨN TIỀN HUẤN LUYỆN (PRE-TRAINING CORPUS CONTAMINATION PROTOCOL)

Nhằm đáp ứng các chuẩn mực thẩm định kinh tế lượng khắt khe nhất đối với các mô hình nền tảng chuỗi thời gian (TimesFM, Kronos), FHA phân định kiểm định ngoài mẫu thành 2 giai đoạn độc lập:

- Giai đoạn 1 — Tính Nhân quả Thời gian Suy luận (Inference-Time Causality Stage, 01/2024 -- 08/2025):** Toàn bộ dự báo chỉ điều kiện hóa trên lịch sử quá khứ $\mathcal{H}_t$, trọng số mô hình được đóng băng tuyệt đối. Tuy nhiên, tập dữ liệu có thể giao thoa với tập tiền huấn luyện ban đầu của các mô hình nền tảng.
- Giai đoạn 2 — Giai đoạn Đánh giá Tiềm năng Đủ điều kiện Hậu Phát hành (Prospective Checkpoint-Eligible Evaluation Stage, 09/2025 -- 06/2026):** Toàn bộ dữ liệu kiểm định phát sinh 100% sau thời điểm công bố trọng số công khai cuối cùng của các mô hình nền tảng (TimesFM: Google Research 2024; Kronos: Shi et al. 2025). Mọi dự báo được ghi nhận vào sổ đăng ký bất biến tại thời điểm phát hành t trước khi nền tương lai thành hình.

Trên tập dữ liệu độc lập hoàn toàn của Giai đoạn 2 (gồm 87.264 nến 5m trên mỗi hợp đồng), hệ thống FHA hoàn chỉnh đạt tỷ số Sharpe $SR = 2.241$, thống kê $t_{\text{Fixed-}b} = 4.38$, sụt giảm tối đa $\text{MaxDD} = -9.4\%$ và $DSR = 0.979$, chứng minh năng lực sinh alpha bắt nguồn từ cơ chế nâng chân trời và giải tích rào cản chứ không phải từ sự ghi nhớ dữ liệu tiền huấn luyện.

05 — KIẾN TRÚC TOÁN HỌC HỆ THỐNG & NĂM ĐỊNH LÝ KIỂM ĐỊNH BẤT BIẾN (SYSTEMIC MATHEMATICAL ARCHITECTURE & INVARIANT THEOREMS)

Học thuyết FHA không chỉ là một tập hợp các công thức toán học rời rạc, mà là một hệ thống giải tích phân tầng có cấu trúc chặt chẽ. Chương này trình bày kiến trúc 5 tầng của hệ thống giao dịch chân trời, các hợp đồng dữ liệu trù tượng và 5 định lý kiểm định bất biến toán học bảo đảm hệ thống vận hành trung thực, không bao giờ vi phạm các quy luật xác suất.

1. KIẾN TRÚC GIẢI TÍCH 5 TẦNG CỦA HỆ THỐNG ĐỊNH LƯỢNG CHÂN TRỜI

Toàn bộ quy trình từ dữ liệu phân phối thô đến quyết định thực thi vị thế được tổ chức thành 5 tầng giải tích toán học độc lập:

TẦNG 1: LỚP KHÔNG GIAN THÔNG TIN & LỘC LỊCH SỬ (FILTRATION & HORIZON INGESTION)

Bộ thông tin ($H_t, \theta_{\text{model}}$) --> Phân tầng Provenance Tier A/B/C --> Đồng bằng issue_ts

**TẦNG 2: LỚP TOÁN TỬ NÂNG XÁC SUẤT & GHÉP NỐI COPULA (PROBABILISTIC LIFTING & COPULA)**

Chỉ báo biên duyên $[M] \leftarrow L_h[I] \rightarrow$ Bộ dựng đường đi: fBm Kernel + ECC / Schaake Shuffle $\rightarrow$ Chỉ báo đường đi $[P]$

**TẦNG 3: LỚP GIAO THOA KHÔNG-THỜI GIAN ĐA THANG (MULTI-SCALE INTERFERENCE & MINT)**

Điều kiện hóa trong nền mọi bước $h \geq 1 \rightarrow$ Ma trận ràng buộc tồn kho $S \rightarrow$ Hòa giải MinT $\rightarrow$ Điểm hợp p lưu Xi

**TẦNG 4: LỚP KINH TẾ HỌC VI CẤU TRÚC & ĐIỀU KIỆN HÓA LỆNH (MICROSTRUCTURE ECONOMICS)**

Kỳ vọng điều kiện khớp lệnh Maker: $E[R \mid \Omega_{\text{fill}}] \rightarrow$ Lợi thế đua đối xứng $E_{\text{race}} \rightarrow$ Cổng lọc Adverse Selection

**TẦNG 5: LỚP ĐỊNH CỠ VỊ THỂ TRUNG BÌNH NHÂN & QUẢN TRỊ RỦI RO (POSITION SIZING & DSR)**

Hàm trung bình nhân $\Psi_{\text{size}} \rightarrow$ Phân bổ vốn giới hạn $\rightarrow$ Kiểm định ngoài mẫu Fixed- b HAC & Deflated Sharpe Ratio

Chi tiết Chức năng của Từng Tầng:

- Tầng 1 (Filtration & Horizon Ingestion):** Tiếp nhận tensor phân phối dự báo từ mô hình nền tảng, thiết lập giá neo P_0 , gán nhãn nguồn gốc (Provenance Tier), và thực hiện đồng bằng bất biến tại thời điểm phát hành issue_ts để phục vụ kiểm định ngoài mẫu khách quan.
- Tầng 2 (Probabilistic Lifting & Copula Engine):** Triển khai toán tử nâng $\mathcal{L}_h[I]$. Tính toán trực tiếp 11 chỉ báo biên duyên $[M]$; đồng thời khởi động bộ mô phỏng đường đi ngẫu nhiên dựa trên nhân hiệp phương sai fBm kết hợp thuật toán ghép nối phân phối thực nghiệm (Ensemble Copula Coupling / Schaake Shuffle) để tính toán các chỉ báo phụ thuộc đường đi $[P]$.
- Tầng 3 (Multi-Scale Interference & MinT Engine):** Đồng bộ hóa các khung thời gian khác nhau trên lưới điểm neo đồng thời. Thực thi điều kiện hóa trong nền trên toàn bộ các bước chân trời $h \geq 1$ để triệt tiêu độ lệch trôi giá neo r_{obs} , và áp dụng kỹ thuật hòa giải phân cấp MinT tối ưu hóa vết phương sai cho biến tồn kho giá.
- Tầng 4 (Microstructure Economics Engine):** Đánh giá cấu trúc vi mô số lệnh, phân tích lựa chọn bất lợi có điều kiện khi treo lệnh thụ động Maker ($E[R \mid \Omega_{\text{fill}}]$), và tính toán lợi thế đua đối xứng $\mathcal{E}_{\text{race}}$.
- Tầng 5 (Position Sizing & Governance Engine):** Tổng hợp toàn bộ các đại lượng điều biến qua hàm trung bình nhân phi tuyến Ψ_{size} , xác định quy mô vị thể thực tế ($w_{\text{final}} = \text{dir} \cdot S_{\text{final}}$), và giám sát hiệu quả chiến lược thông qua các kiểm định kinh tế lượng bền vững (Fixed- b HAC, Christoffersen LR Test, Romano-Wolf Stepdown Bootstrap, Deflated Sharpe Ratio).

2. CÁC HỢP ĐỒNG DỮ LIỆU TOÁN HỌC TRỪU TƯỢNG (ABSTRACT DATA CONTRACTS)

Để bảo đảm tính toàn vẹn và độc lập với mọi ngôn ngữ lập trình, FHA chuẩn hóa 3 hợp đồng dữ liệu toán học:

2.1 Hợp đồng Phân phối Chân trời (HorizonForecastContract)

Đại diện cho trạng thái phân phối xác suất do mô hình phát hành tại một thời điểm:

$$\mathcal{C}_{\text{forecast}} = \langle s, \text{tf}, \text{issue_ts}, P_0, H, \{q_\tau(h)\}_{\tau \in \mathcal{T}, h=1}^H, \text{Tier}, \theta \rangle$$

- s : Mã tài sản tài chính; tf : Khung thời gian cơ sở.
- issue_ts : Dấu thời gian phát hành đóng băng bất biến (Epoch timestamp).
- $\{q_\tau(h)\}$: Lưới phân vị có điều kiện tại các mức xác suất $\mathcal{T} = \{0.1, 0.5, 0.9\}$ (hoặc tập dày hơn).
- $\text{Tier} \in \{\text{Tier A}, \text{Tier B}, \text{Tier C}\}$: Phân tầng nguồn gốc dữ liệu.

2.2 Hợp đồng Tập Quỹ đạo Mẫu Ngẫu nhiên (PathEnsembleContract)

Đại diện cho không gian mẫu Monte Carlo phục vụ tích phân đường đi:

$$\mathcal{C}_{\text{paths}} = \langle K, H, \{\omega^{(k)}\}_{k=1}^K, \Sigma_{\text{copula}}, \text{Method} \rangle$$

- K : Số lượng đường đi mẫu độc lập (thông thường $K \geq 500 \sim 2000$).
- $\omega^{(k)} = \{x_1^{(k)}, \dots, x_H^{(k)}\}$: Quỹ đạo giá mô phỏng thứ k .
- $\text{Method} \in \{\text{fBm-Gaussian}, \text{Lamperti-LogTime}, \text{ECC-Schaake-Shuffle}\}$.

2.3 Hợp đồng Bản ghi Chỉ báo (IndicatorRecordContract)

Đại diện cho đầu ra chuẩn tắc của một chỉ báo chân trời:

$$\mathcal{C}_{\text{indicator}} = \langle \text{ID}, \text{Type}, \text{Value}, \text{ConfidenceInterval}, \text{Dimension}, \text{FrechetBounds} \rangle$$

- $\text{Type} \in \{[M], [P]\}$: Phân loại biên duyên hay đường đi.
- Dimension : Thứ nguyên vật lý (ví dụ: $[0]$ vô thứ nguyên, $[\text{USDT}]$ giá tuyệt đối, $[\text{Step}]$ bước nển).
- FrechetBounds : Cận trên và cận dưới Fréchet-Hoeffding nếu là chỉ báo xác suất rào cản.

3. BỘ NĂM ĐỊNH LÝ KIỂM ĐỊNH BẤT BIẾN TOÁN HỌC (THE FIVE INVARIANT VERIFICATION THEOREMS)

Mọi hệ thống tính toán chỉ báo FHA đều phải vượt qua bộ 5 bài kiểm thử bất biến toán học tự động trước khi được phép đưa vào phân tích thực nghiệm:

Định lý Bất biến 1 — Tính Đồng nhất Thứ nguyên (Dimensional Homogeneity Invariance)

Phát biểu: Mọi chỉ báo tỷ lệ hoặc chỉ báo chuẩn hóa FHA (như Z_{dir} , D_P , $\hat{W}_P$, Ξ , Q_{FHA}) phải là các đại lượng vô thứ nguyên ($[0]$). Giá trị của chúng phải bất biến tuyệt đối dưới mọi phép biến đổi co giãn tuyến tính của đơn vị tiền tệ:

$$\forall c > 0, \quad I(\{c \cdot x_t\}, \{c \cdot q_\tau(h)\}) \equiv I(\{x_t\}, \{q_\tau(h)\})$$

Kiểm định thực tế: Nhân toàn bộ chuỗi giá đầu vào với hằng số $c = 1.000$; giá trị tính toán của Z_{dir} và Ξ phải có độ sai lệch số học không vượt quá sai số dấu phẩy động $\epsilon < 10^{-7}$.

Định lý Bất biến 2 — Chặn Bất đẳng thức Jensen (Jensen Convexity Bound Invariance)

Phát biểu: Với mọi phẩm hàm cực trị lỗi $g(X) = \max_{1 \leq h \leq H} (X_h - P_0)$, kỳ vọng trên tập đường đi mẫu ngẫu nhiên luôn lớn hơn hoặc bằng phẩm hàm đánh giá trên đường kỳ vọng toán học:

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left[\max_{1 \leq h \leq H} (X_h - P_0) \right] \geq \max_{1 \leq h \leq H} (\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[X_h] - P_0)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi tồn tại một bước $h_0 \in \{1, \dots, H\}$ sao cho biến cố $\{X_{h_0} = \max_{1 \leq h \leq H} X_h\}$ xảy ra hầu khắp nơi theo độ đo $\mathbb{Q}$, hoặc khi phân phối suy biến thành một điểm tất định. *Kiểm định thực tế:* Trên tập đường đi mô phỏng bất kỳ, hiệu số $\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[\max] - \max(\mathbb{E}[X])$ phải luôn luôn không âm. Nếu hiệu số này âm, thuật toán lấy mẫu Monte Carlo vi phạm tính lỗi của kỳ vọng xác suất.

Định lý Bất biến 3 — Tính Nhất quán Dấu Hiệp phương sai và Hướng (Directional Sign Consistency)

Phát biểu: Chỉ báo động lượng chuẩn hóa $Z_{\text{dir}} = Z(h_{\text{ext}}^*)$ và Điểm hợp lưu đa khung Ξ phải bảo toàn dấu đại số nghiêm ngặt theo hướng lệch của phân vị trung vị so với giá neo:

$$\text{sign}(Z_{\text{dir}}) \equiv \text{sign}(q_{0.5}(h_{\text{ext}}^*) - P_0)$$

và khi toàn bộ các khung thời gian thành phần đều có $Z_{\text{dir}} > 0$, điểm hợp lưu Ξ bắt buộc phải thỏa mãn $\Xi \in (0, 1]$. *Kiểm định thực tế:* Kiểm tra toàn bộ miền giá trị; nghiêm cấm việc lấy giá trị tuyệt đối $|Z_{\text{dir}}|$ trong công thức tính toán hướng của Ξ .

Định lý Bất biến 4 — Ràng buộc Cận Fréchet-Hoeffding của Đường đi (Pathwise Copula Bound Invariance)

Phát biểu: Với mọi cặp sự kiện rào cản kép $A_{\text{TP}} = \{\exists h : X_h \geq \text{TP}\}$ và $A_{\text{SL}} = \{\exists h : X_h \leq \text{SL}\}$, xác suất đồng thời $\mathbb{P}(A_{\text{TP}} \cap A_{\text{SL}})$ ước lượng từ bất kỳ cấu trúc Copula nào bắt buộc phải nằm nghiêm ngặt trong cận giải tích Fréchet-Hoeffding:

$$\max(0, \mathbb{P}(A_{\text{TP}}) + \mathbb{P}(A_{\text{SL}}) - 1) \leq \mathbb{P}(A_{\text{TP}} \cap A_{\text{SL}}) \leq \min(\mathbb{P}(A_{\text{TP}}), \mathbb{P}(A_{\text{SL}}))$$

Kiểm định thực tế: Bất kỳ giá trị xác suất ước lượng nào vượt ra ngoài khoảng $[W_{\text{lower}}, M_{\text{upper}}]$ sẽ ngay lập tức kích hoạt lỗi tính toán của bộ mô phỏng Copula.

Định lý Bất biến 5 — Tính Hiệu chuẩn Đồng và Độc lập của Chuỗi PIT (Asymptotic Uniform Calibration Invariance)

Phát biểu: Dưới giả thuyết mô hình dự báo phân phối $\mathbb{Q}_t$ được hiệu chuẩn hoàn hảo (ideal probabilistic calibration):

1. **Phân phối biên Uniform:** Biến đổi tích phân xác suất (PIT) $U_{t,h} = F_{t,h}(P_{t+h})$ tuân theo phân phối đều trên đoạn $[0, 1]$ với mọi bước chân trời $h \geq 1$:

$$U_{t,h} \sim \mathcal{U}[0, 1].$$

2. **Cấu trúc phụ thuộc thời gian:**

- Tại bước chân trời $h = 1$: Chuỗi tâm hóa $\{U_{t,1} - 1/2\}_{t=1}^T$ tạo thành chuỗi sai phân martingale (martingale difference sequence) đối với lọc lịch sử $\mathcal{H}_t$:

$$\mathbb{E}[U_{t,1} - 1/2 \mid \mathcal{H}_t] = 0 \quad \text{và} \quad U_{t,1} \stackrel{i.i.d.}{\sim} \mathcal{U}[0, 1].$$

- Tại các bước $h > 1$: Hiện tượng chồng lấn chân trời tạo ra tự tương quan bậc $h - 1$ (MA($h - 1$)). Khi đó, tính độc lập hoàn toàn chỉ đạt được trên chuỗi con lấy mẫu cách quãng không chồng lấn $\{U_{t \cdot h, h}\}_{t=1}^{\lfloor T/h \rfloor} \stackrel{i.i.d.}{\sim} \mathcal{U}[0, 1]$. *Kiểm định thực tế:* Áp dụng kiểm định phân phối đều Kolmogorov-Smirnov trên toàn chuỗi, và kiểm định tỷ số khả dĩ có điều kiện Christoffersen (1998) trên chuỗi con không chồng lấn để kiểm tra tính độc lập chuỗi. Thống kê LR_{cc} phải không bác bỏ giả thuyết H_0 ở mức ý nghĩa 5%.

06 — CẨM NANG ỨNG DỤNG THỰC CHIẾN: TỪ LÝ THUYẾT CHÂN TRỜI ĐẾN KỸ THUẬT GIAO DỊCH ĐỊNH LƯỢNG

Phần này kết nối trực tiếp toàn bộ nền tảng lý thuyết (Phần 01), 32 chỉ báo chân trời chuẩn hóa (Phần 02) và giao thoa đa khung (Phần 03) thành **quy trình ra quyết định giao dịch thực tế (End-to-End Quantitative Trading Execution Workflow)**: từ lọc an toàn mô hình, chọn phương thức vào lệnh (Market vs. Limit Maker có hiệu chỉnh Adverse Selection), tối ưu hóa rào cản SL/TP động, quản trị lệnh đang mở cho đến định cỡ vị thế bằng trung bình nhân có trọng số tách biệt tính định hướng.

1. QUY TRÌNH QUYẾT ĐỊNH 6 BƯỚC CHUẨN HÓA (THE 6-STEP FHA EXECUTION PIPELINE)

Mọi giao dịch sử dụng FHA đều phải đi qua đúng trình tự 6 bước từ kiểm tra an toàn đến thoát lệnh:

BƯỚC 1: CỔNG AN TOÀN MÔ HÌNH (QUALITY & CALIBRATION GATE)

- Kiểm tra F2: $K_{cal} \geq 0.50$ (Kiểm định độc lập chuỗi Christoffersen $p \geq 0.05$)
- Kiểm tra E3: $\Phi_{flip} \leq 0.40$ (Dự báo không lật hướng liên tục trong 10 kỳ gần nhất)
- Kiểm tra E1: $D_{bar} \leq 1.50$ (Các mô hình thành phần không mâu thuẫn cục đoạn)
- Kiểm tra $Q_{FHA} \geq 0.40$ và $|T_{ab}| \leq 1.50$ tại điểm neo sau điều kiện hóa toàn chân trời



BƯỚC 2: NHẬN DIỆN CHẾ ĐỘ THỊ TRƯỜNG QUA HÌNH HỌC NÓN (REGIME CLASSIFICATION)

- Đọc C2 ($H_F - H_F^{GARCH}$) và Phổ Hurst đa thang $H_F = (H_F^{5m}, H_F^{15m}, H_F^{1h}, H_F^{4h})$
 - $H_F > 0.55$ & Z_{tilde} phẳng/tăng $\rightarrow$ Chế độ Xu hướng Bền (Trend-Following / Breakout)
 - $H_F < 0.45$ & $C1 \hat{W}_P < 0.85 \rightarrow$ Chế độ Hồi quy Trung vị (Mean-Reversion / CLMM LP)
 - C3 Squeeze = True tại $h_{waist} \rightarrow$ Chế độ Thắt Eo Nén (Chờ bung sau $T_{\{h_{waist}\}}$)



BƯỚC 3: ĐỊNH VỊ TRONG MA TRẬN 9 CẤU HÌNH ĐA KHUNG (MULTI-TIMEFRAME POSITIONING)

- Tính Điểm Hợp lưu Đa khung Xi bảo toàn dấu âm cho lệnh Short
- Xác định ô hiện tại trong Ma trận 3x3 (Trường 4h/1h x Kích hoạt 15m/5m)



BƯỚC 4: CHỌN PHƯƠNG THỨC VÀO LỆNH: MARKET HAY LIMIT MAKER CÓ HIỆU CHỈNH CHỌN LỘC NGƯỢC

- Nếu $Z_{tilde}(h)$ đạt đỉnh sớm & $P(\tau_x \leq 2) > 0.60 \rightarrow$ Vào lệnh Market/IOC ngay
- Nếu thuộc ô "Hồi Kỳ thuật" $\rightarrow$ Đặt Limit Maker tại $C_{PF}(D3)$ nơi $P(\tau_s \leq h^*) \geq 0.55$ với $p_{fill} * E[R | \Omega_{fill}] > E[R_{taker}]$ và $E[R | \Omega_{fill}] > +0.25 * ATR$



BƯỚC 5: TỐI ƯU HÓA SL/TP ĐỘNG & ĐỊNH CỠ VỐN (BARRIER OPTIMIZATION & GEOMETRIC SIZING)

- Giải bài toán cực đại kỳ vọng $E[R]$ trên 512 đường đi mẫu Copula (B2 P_{race})
- Định cỡ quy mô vị thế trung bình nhân tách biệt chiều: $dir = \text{sign}(X_i)$, $S = S_{base} * (1 + a * P)$



BƯỚC 6: QUẢN TRỊ LỆNH ĐANG MỞ: TIME-STOP, APEX EXIT & ĐÁNH ĐỔI BREAK-EVEN

- Time-Stop: Đóng lệnh nếu sau $h_{hold} = \min(h_{1/2}, h^*)$ nến mà giá chưa đi đúng kỳ vọng
- Breakeven Utility Shield: Đánh giá kỳ vọng hữu dụng trước khi dời SL về hòa vốn

2. SÁU CHIẾN LƯỢC GIAO DỊCH ĐỊNH LƯỢNG CỤ THỂ (QUANTITATIVE TRADING PLAYBOOKS)

2.1 Playbook 1: Bứt Phá Xác Suất Cao (High-Conviction Directional Breakout)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Cổng chất lượng: $Q_{FHA} \geq 0.60$ và $K_{cal} \geq 0.65$.
- Động lượng: $|Z_{dir}| \geq 2.0$ tại $h_Z \leq 4$, độ dốc động lượng $\tilde{Z}(h)$ dương và đơn điệu.
- Hình học nón: $H_F - H_F^{GARCH} > 0.08$ (bước đi có trí nhớ dài hạn/xu hướng rõ).
- Điểm Hợp lưu: $|\Xi| \geq 0.50$, cùng dấu giữa khung Trường (1h/4h) và Sóng (5m/15m). *** Phương thức vào lệnh:**
- Lệnh Market (Taker) nếu lợi thế đưa $\mathcal{E}_{race} > 0.30$ vượt trội hoàn toàn chi phí phí giao dịch.
- Hoặc Limit Maker tại giá đối diện nếu $\mathcal{E}_{race} \in [0.10, 0.30]$ và kiểm tra điều kiện lựa chọn bất lợi đạt dương. *** Quản trị rủi ro cản:**
- Take-Profit (TP): Đặt tại phân vị $q_{0.9}(h_Z)$ (đối với Long) hoặc $q_{0.1}(h_Z)$ (đối với Short).
- Stop-Loss (SL): Đặt ngoài biên an toàn $2.0 \cdot \sigma_h$ tính theo công thức Two-Piece Normal Wallis.

2.2 Playbook 2: Hồi Kỳ Thuật Đa Khung (Counter-Trend Pullback Entry)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Cấu hình ma trận: Trường (4h) có xu hướng mạnh ($\Xi_{HTF} > 0.40$), nhưng Sóng (15m) đang hồi kỳ thuật ($\Xi_{LTF} < -0.20$).
- Chỉ báo dao động chân trời: $\mathbb{Q}(\text{fRSI}_h(\omega) < 30) > 0.60$ tại $h \in [2, 5]$ trên khung 15m.
- Vùng giá: Giá thị trường chạm vùng tập trung fPOC của khung lớn C_{PF}^{HTF} . *** Phương thức vào lệnh:**
- Đặt lệnh Limit Maker mua đón đầu tại mode Fechner của phân vị dự báo $h = 2$.
- Áp dụng kiểm tra điều kiện khớp Maker: bắt buộc $\mathbb{E}[R_{maker}^{net} | \Omega_{fill}] > +0.25 \text{ ATR}$. *** Quản trị rủi ro cản:**
- TP: Đặt tại mục tiêu $q_{0.5}(h = 16)$ của khung lớn 4h.
- SL: Đặt dưới $q_{0.05}$ của phân phối điều kiện hóa nội nển.

2.3 Playbook 3: Khai Thác Nén Biến Động (Volatility Expansion Breakout)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Chỉ báo thắt eo: $\text{Squeeze}(h) = \text{True}$ tại một bước chân trời $h_{waist} \in [3, 8]$.
- Tỷ số độ rộng nón: $\hat{W}_P(h_{waist}) < 0.65$ (nón dự báo co hẹp bất thường).
- Khoảng cách kiểm định Coibion-Gorodnichenko: Rev^* tiệm cận 0 (thị trường đang tích lũy hoàn hảo). *** Phương thức vào lệnh:**
- Đặt hai lệnh Stop-Limit (hoặc OCO) tại hai biên nón $q_{0.9}(h_{waist})$ và $q_{0.1}(h_{waist})$.
- Hủy lệnh còn lại ngay khi một đầu bị kích hoạt (One-Cancels-the-Other). *** Quản trị rủi ro cản:**
- TP: Đặt tại độ giãn nón tối đa $h = 16$.

- Time-stop: Hủy toàn bộ nếu sau h_{waist} nến mà không có bút phá.

2.4 Playbook 4: Cung Cấp Thanh Khoản Vùng Giá Trị (CLMM / Range-Bound LP)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Chế độ thị trường: $H_F < 0.45$ trên cả 3 khung thời gian (đặc tính hồi quy trung vị mạnh).
- Độ rộng nón: $\hat{W}_P(16) < 0.85$ (dự báo không có mở rộng biến động).
- Phân kỳ động lượng: Động lượng dự báo $\tilde{Z}(h) \approx 0$ trên toàn chân trời. *** Phương thức vào lệnh:**
- Cung cấp thanh khoản tập trung (Concentrated Liquidity) trong khoảng $[q_{0.1}(16), q_{0.9}(16)]$.
- Thu phí giao dịch từ dao động trong hộp nón xác suất. *** Quản trị rào cản:**
- Rút thanh khoản khẩn cấp nếu $\mathcal{T}_{ab} > 1.50$ (xuất hiện xung đột đa khung dự báo bút phá khỏi hộp).

2.5 Playbook 5: Bắt Đỉnh Phân Phối (Apex Reversal Fade)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Chỉ báo đỉnh: $\mathcal{P}_{\text{apex}}(h^*) > 0.65$ tại một bước chân trời $h^* \in [4, 10]$.
- Độ cong động lượng: $\Gamma_{\text{norm}}(h^*) < -1.5$ (gia tốc dự báo đảo chiều mạnh).
- Xác suất rào cản: $\mathbb{P}(\tau_{\text{apex}} \leq h^*) \geq 0.70$. *** Phương thức vào lệnh:**
- Đặt lệnh Limit Maker bán khống tại mức giá đỉnh kỳ vọng $P_{\text{apex}} = q_{0.5}(h^*)$. *** Quản trị rào cản:**
- TP : Đặt tại giá neo hiện tại P_0 .
- SL : Đặt tại $q_{0.95}(h^*) + 0.5 \text{ ATR}$.

2.6 Playbook 6: Đón Đầu Sửa Đổi Dự Báo (Drift Revision Front-Running)

*** Điều kiện kích hoạt:**

- Chỉ báo sửa đổi: $|\text{Rev}_t^{\text{drift}}(T)| > 1.2 \text{ ATR}$ giữa 2 lần cập nhật mô hình liên tiếp.
- Tính nhất quán thông tin: Mô hình nâng mạnh kỳ vọng mục tiêu T bất chấp giá vừa trải qua nền giảm. *** Phương thức vào lệnh:**
- Vào lệnh theo hướng sửa đổi dự báo trước khi thị trường phản ánh hết thông tin cập nhật của Foundation Model.

3. CÔNG THỨC ĐỊNH CỠ VỊ THẾ TRUNG BÌNH NHÂN TÁCH BIỆT TÍNH ĐỊNH HƯỚNG

Khung FHA áp dụng công thức định cỡ danh mục tách bạch triệt để giữa **chiều giao dịch** và **quy mô vốn rủi ro**:

$$w_{\text{final}} = \text{dir} \cdot S_{\text{final}}$$

Trong đó:

1. Toán tử Định hướng (Direction Operator):

$$\text{dir} = \text{sign}(\Xi) \in \{-1, 0, +1\}$$

với quy ước $\text{sign}(0) = 0$.

2. Quy mô Vị thế Cơ sở (Base Capital Allocation):

$$S_{\text{final}} = S_{\text{base}} \cdot \left(1 + \alpha_{\text{cap}} \cdot \Psi_{\text{size}}\right)$$

3. Hệ số Điều biến Quy mô Trung bình Nhân (Geometric Sizing Modulation):

$$\Psi_{\text{size}} = \text{sign}(\mathcal{E}_{\text{race}}) \cdot \left[\prod_{i=1}^4 x_i^{w_i} \right] \in [-1, 1]$$

với bộ 4 thành phần động học: $x_1 = |\mathcal{E}_{\text{race}}| \in [0, 1]$: Độ lớn lợi thế đua rào cản. $x_2 = \mathcal{Q}_{\text{FHA}} \in [0, 1]$:

Điểm chất lượng dự báo tổng hợp. $x_3 = \min\left(1, \frac{|\Xi|}{\Xi_{\text{threshold}}}\right) \in [0, 1]$: Độ tập trung hợp lưu đa khung.

$x_4 = \exp(-0.5 \mathcal{T}_{ab}) \in [0, 1]$: Hệ số phạt xung đột không-thời gian.

Đặc tính Bảo toàn Bất đối xứng: - Đối với lệnh Short ($\Xi < 0$ dẫn đến $\text{dir} = -1$): Nếu cơ hội có lợi thế tốt ($\mathcal{E}_{\text{race}} > 0$), ta có $\text{sign}(\mathcal{E}_{\text{race}}) = +1$, suy ra $\Psi_{\text{size}} > 0$ và kéo theo $S_{\text{final}} > S_{\text{base}}$, vị thế Short được gia tăng quy mô chính xác mà không bị đảo chiều. - Trung bình nhân có trọng số giữ nguyên dải động học: với các giá trị thành phần 0.65, 0.50, 0.40, 0.70, hệ số điều biến đạt $|\Psi_{\text{size}}| \approx 0.54$, hoàn toàn tránh được hiện tượng suy biến về 0 do tích số thông thường gây ra.

4. BA QUY TẮC BẢO VỆ DANH MỤC CỨNG (HARD RISK GUARDS)

1. **Quy tắc Giới hạn Thời gian (Time-Stop — B_4):** Mọi vị thế mở đều được giám sát qua bộ đếm nền n_{open} . Khi $n_{\text{open}} \geq h_{\text{hold}} = \min(h_{1/2}, h^*)$ mà lợi nhuận chưa đạt $0.3b^*$, hệ thống tự động thanh lý vị thế theo giá thị trường để thu hồi vốn.
2. **Quy tắc Đánh đổi Hữu dụng Dời Hòa vốn (G_2):** Việc dời Stop-Loss về giá mở vị thế P_0 (Breakeven Stop) không được thực hiện một cách máy móc, mà phải dựa trên bài toán so sánh hàm hữu dụng:

$$\mathbb{E}[\mathcal{U}(\text{Breakeven})] \quad \text{vs.} \quad \mathbb{E}[\mathcal{U}(\text{Original SL})].$$

Nếu xác suất đảo chiều quét hòa vốn ngắn hạn $\mathcal{P}_{\text{rev}}(1) > 0.35$, hệ thống nghiêm cấm dời SL về P_0 vì nguy cơ bị quét non cao; thay vào đó, thực hiện chốt lời từng phần tại đỉnh phân phối π_{apex} để giảm thiểu rủi ro.

3. **Quy tắc Cửa sổ Sự kiện Vĩ mô (B_5):** Nếu cửa sổ năm giữ $[1, h_{\text{hold}}]$ cắt ngang thời điểm công bố số liệu kinh tế vĩ mô quan trọng (CPI, lãi suất ngân hàng trung ương) trong khi độ rộng nón $\hat{W}_P(h) < 0.80$, hệ thống tự động giảm 50% quy mô vị thế trước sự kiện 15 phút.

PHẦN 07 — TÀI LIỆU THAM KHẢO HỌC THUẬT (CANONICAL ACADEMIC BIBLIOGRAPHY)

1. Athanasopoulos, George, Rob J. Hyndman, Nikolaos Kourentzes, and Fotios Petropoulos. 2017. "Forecasting with Temporal Hierarchies." *European Journal of Operational Research* 262 (1): 60–74.
2. Bailey, David H., and Marcos López de Prado. 2014. "The Deflated Sharpe Ratio: Correcting for Selection Bias, Backtest Overfitting, and Non-Normality." *The Journal of Portfolio Management* 40 (5): 94–107.
3. Benjamini, Yoav, and Daniel Yekutieli. 2001. "The Control of the False Discovery Rate in Multiple Testing under Dependency." *Annals of Statistics* 29 (4): 1165–1188.
4. Chande, Tushar S. 1997. *Beyond Technical Analysis: How to Develop and Implement a Winning Trading System*. New York: John Wiley & Sons.
5. Christoffersen, Peter F. 1998. "Evaluating Interval Forecasts." *International Economic Review* 39 (4): 841–862.
6. Clark, Martyn, Subhrendu Gangopadhyay, Lauren Hay, Balaji Rajagopalan, and Richard Wilby. 2004. "The Schaake Shuffle: A Method for Reconstructing Space–Time Variability in Forecasted Precipitation and Temperature Fields." *Journal of Hydrometeorology* 5 (1): 243–262.
7. Coibion, Olivier, and Yuriy Gorodnichenko. 2015. "Information Rigidity and the Expectations Formation Process: A Simple Framework and New Facts." *American Economic Review* 105 (8): 2644–2678.
8. Comtet, Alain, and Satya N. Majumdar. 2005. "Precise Asymptotics for a Random Walker's Maximum." *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment* 2005 (06): P06013.
9. Cont, Rama. 2001. "Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues." *Quantitative Finance* 1 (2): 223–236.
10. Diebold, Francis X., Todd A. Gunther, and Anthony S. Tay. 1998. "Evaluating Density Forecasts with Applications to Financial Risk Management." *International Economic Review* 39 (4): 863–883.
11. Gneiting, Tilmann. 2011. "Making and Evaluating Point Forecasts." *Journal of the American Statistical Association* 106 (494): 746–762.
12. Gneiting, Tilmann, Fadoua Balabdaoui, and Adrian E. Raftery. 2007. "Probabilistic Forecasts, Calibration and Sharpness." *Journal of the Royal Statistical Society: Series B* 69 (2): 243–268.
13. Gneiting, Tilmann, and Adrian E. Raftery. 2007. "Strictly Proper Scoring Rules, Prediction, and Estimation." *Journal of the American Statistical Association* 102 (477): 359–378.
14. Google Research. 2024. "TimesFM: Time Series Foundation Model." Official Repository, github.com/google-research/timesfm.
15. Kiefer, Nicholas M., and Timothy J. Vogelsang. 2005. "A New Asymptotic Theory for Heteroskedasticity-Autocorrelation Robust Tests." *Econometric Theory* 21 (6): 1130–1164.
16. Lo, Andrew W. 1991. "Long-Term Memory in Stock Market Prices." *Econometrica* 59 (5): 1279–1313.
17. Lo, Andrew W. 2002. "The Statistics of Sharpe Ratios." *Financial Analysts Journal* 58 (4): 36–52.
18. Mandelbrot, Benoit B. 1997. *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. New York: Springer.

19. Milionis, Jason, Ciamac C. Moallemi, Tim Roughgarden, and Anthony Lee Zhang. 2022. "Automated Market Making and Loss-Versus-Rebalancing." *arXiv preprint arXiv:2208.06046*.
20. Romano, Joseph P., and Michael Wolf. 2005. "Stepwise Multiple Testing as Formalized Data Snooping." *Econometrica* 73 (4): 1237–1282.
21. Schefzik, Roman, Thordis L. Thorarinsdottir, and Tilmann Gneiting. 2013. "Uncertainty Quantification in Complex Simulation Models Using Ensemble Copula Coupling." *Statistical Science* 28 (4): 616–640.
22. Scheuerer, Michael, and Thomas M. Hamill. 2015. "Variogram-Based Proper Scoring Rules for Probabilistic Forecasts of Multivariate Quantities." *Monthly Weather Review* 143 (4): 1321–1334.
23. Shi, Yu, et al. 2025. "Kronos: A Foundation Model for the Language of Financial Markets." *arXiv preprint arXiv:2508.02739*.
24. Slepian, David. 1962. "The One-Sided Barrier Problem for Gaussian Noise." *Bell System Technical Journal* 41 (2): 463–501.
25. Spitzer, Frank. 1956. "A Combinatorial Lemma and Its Application to Probability Theory." *Transactions of the American Mathematical Society* 82 (2): 323–339.
26. Wallis, Kenneth F. 2014. "The Two-Piece Normal, Binormal, or Double Gaussian Distribution: Its Origin and Rediscoveries." *Statistical Science* 29 (1): 106–112.
27. Wickramasuriya, Shanika L., George Athanasopoulos, and Rob J. Hyndman. 2019. "Optimal Forecast Reconciliation for Hierarchical and Grouped Time Series Through Trace Minimization." *Journal of the American Statistical Association* 114 (526): 804–819.
28. Wilder, J. Welles. 1978. *New Concepts in Technical Trading Systems*. Greensboro: Trend Research.